

資料：FEM 勉強会（H.24.9.26）

“道路橋示方書，耐震設計編 （H24 版） の理解を深めよう”

— 単柱式 RC 橋脚および RC ラーメン橋脚
の耐震解析手法に限定して —

平成 24 年 9 月 26 日

園田 恵一郎

“道路橋示方書，耐震設計編 (H24 年版) の理解を深めよう”

— 単柱式 RC 橋脚および RC ラーメン橋脚の耐震解析手法に限定して —

園田 恵一郎

1. 道路橋示方書，耐震設計編 (H24 版) での耐震設計の流れ

図-解 5.1.1 は，道路橋示方書，耐震設計編 (H24) での耐震設計の流れであり，単柱 RC 橋脚は地震時の挙動が複雑でない構造に位置づけられているように思われる。

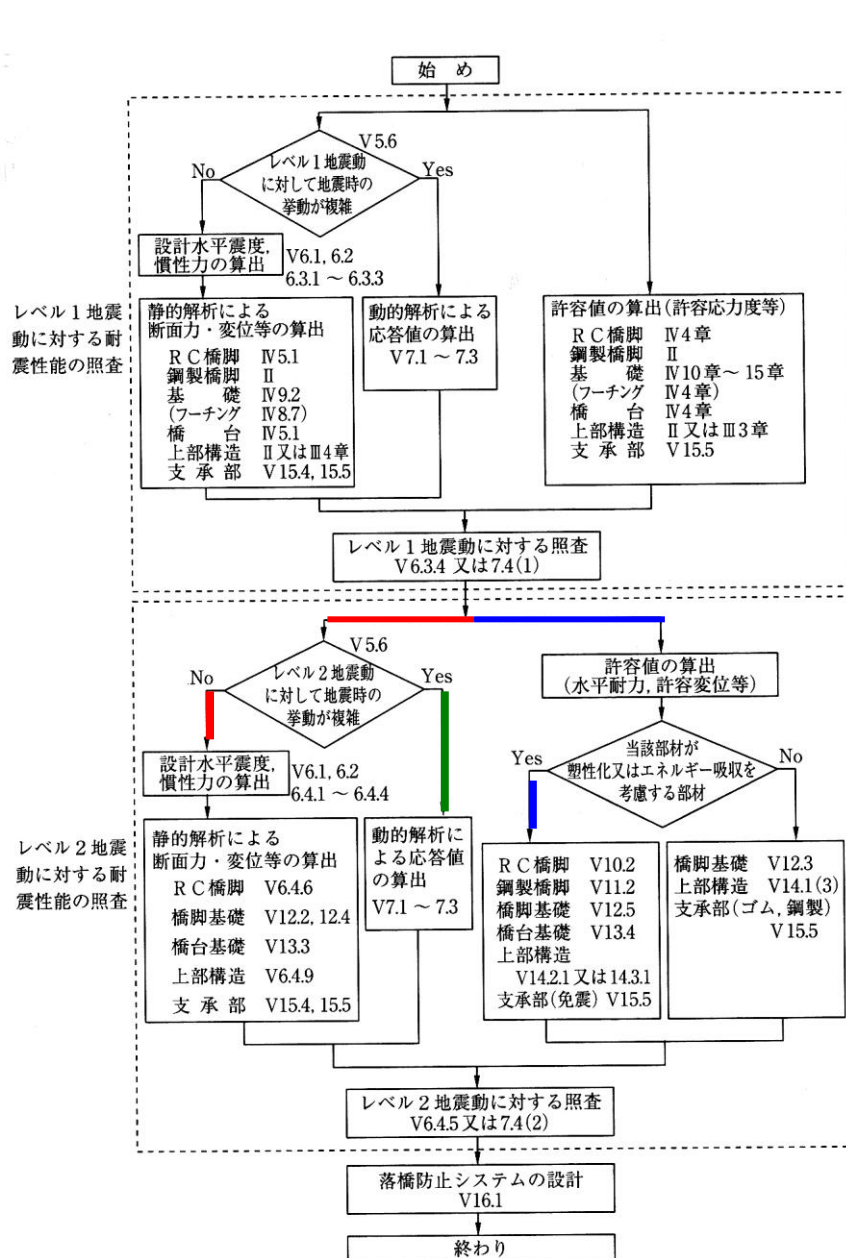


図-解 5.1.1 耐震設計の流れと関連する主な条文の規定箇所

図 1

2. 単柱式 RC 橋脚の耐震設計法

図-解 5.1.1 の耐震設計のフロー (図 1 に再掲) では，地震時の挙動が複雑でない場合には，RC

橋脚の照査には、レベル1および2に対して静的解析による照査を適用している。ここでいう静的解析による照査とは、地震時の主たる挙動が1次固有振動モードによって表される場合で、標準加速度応答スペクトルより、固有周期 T での水平震度 k_h を求め、重量 W の上部構造の重心に設計水平荷重(Wk_h)を作用させたときの、静的解析による耐荷力および変形量に基づいた照査法である。

図2には、道路橋示方書、耐震設計編(H24)において、地震時の主たる挙動が1次固有振動モードで表されるRC橋脚の例を示している。それらの構造においては、設計振動単位が、1基の下部構造とそれが支持している上部構造部分からなる場合であり、固有周期 T は次式により求める。

$$T = 2.01\sqrt{\delta} \quad (2.1)$$

ここに、 δ は耐震設計上の地盤面より上方にある下部構造の重量の80%と、それが支持している上部構造部分の全重量に相当する力を慣性力の作用方向に作用させたときの上部構造の慣性力の作用位置における変位(m)、である(図2.0参照)。

具体的には、

$$\delta = \delta_p + \delta_b + \theta_0 h_0 \quad (2.2)$$

ここに、 δ_p : 構造躯体の曲げ変形(m)、 δ_b : 基礎の水平変位(m)、 θ_0 : 基礎の回転角(rad.)、 h_0 : 耐震設計上の地盤面から上部構造の慣性力の作用位置までの高さ(m)、である。

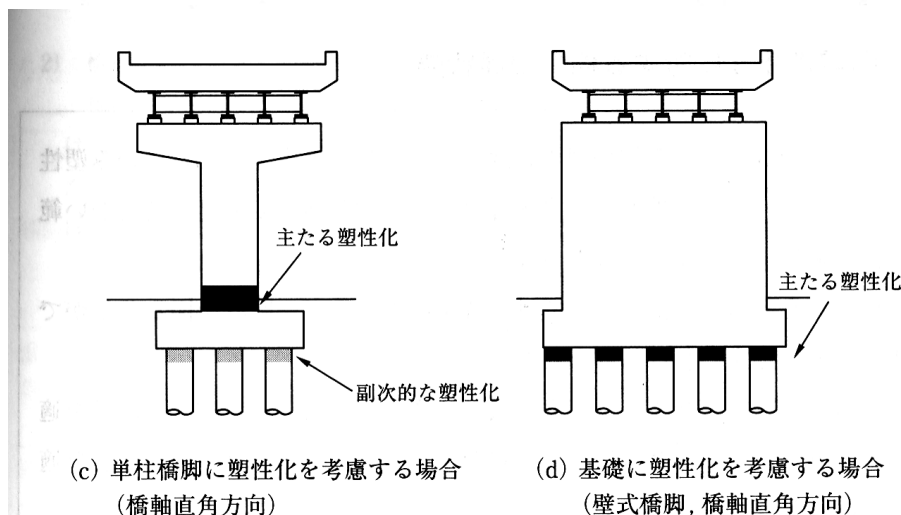
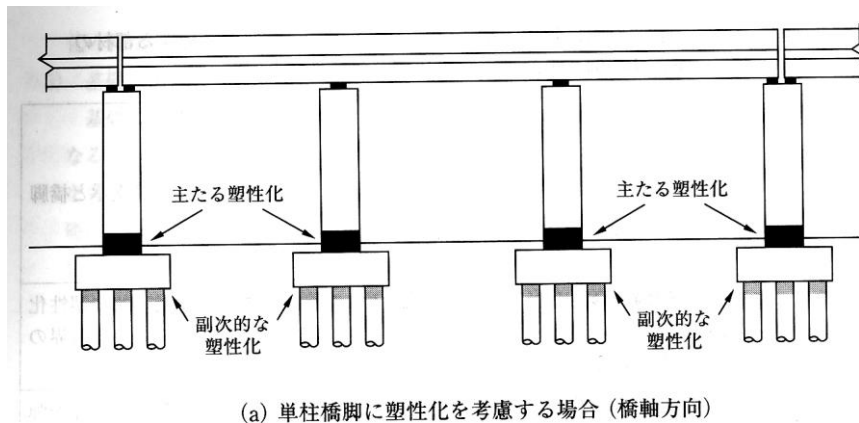


図2 道路橋示方書、耐震設計編(H24)での地震時の挙動が複雑でないRC橋脚の例

式(2.1)は図2.1の橋脚の地震時の挙動を1自由度系の振動問題として捉え、固有周期 T は

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{K_h g}} \quad (2.3)$$

ここに、 K_h : 水平剛性で、 $W = K_h \delta$ 、 $g = 9.8m/s^2$ より、以下のように求めたものである。

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\delta}{g}} = 2.01\sqrt{\delta} \quad (2.4)$$

ところで、地震時の挙動が複雑で、多自由度系の振動問題として、動的解析による照査を行わなければならない例として、以下の構造が示されている。

- ① 固有周期の長い橋（一般に 1.5 秒以上）、または、橋脚高さが 30m 以上のいわゆるハイピアー、
- ② 弾性支承を用いた地震時水平力分散構造を有する橋、
- ③ 免震橋、
- ④ ラーメン橋、
- ⑤ 鋼製橋脚に支持される橋、
- ⑥ 斜張橋、吊橋等のケーブル系の橋、
- ⑦ アーチ橋、
- ⑧ トラス橋、
- ⑨ 曲線橋。

以上のことより、単柱式 RC 橋脚は、地震時の挙動が複雑でなく、1 次固有振動モードによる静的解析による照査が適用できる構造と見なし、レベル 1 の地震動に対する耐震性能 1 では、許容応力度法による安全性の照査、レベル 2 の地震動に対する耐震性能 2,3 では、塑性変形を考慮した保有水平耐力および許容塑性率の基づく安全性の照査法を適用している。

3. 単柱式 RC 橋脚の破壊形態、保有水平耐力、許容塑性率および動的非線形解析法について

3.1 破壊形態の判定と許容塑性率

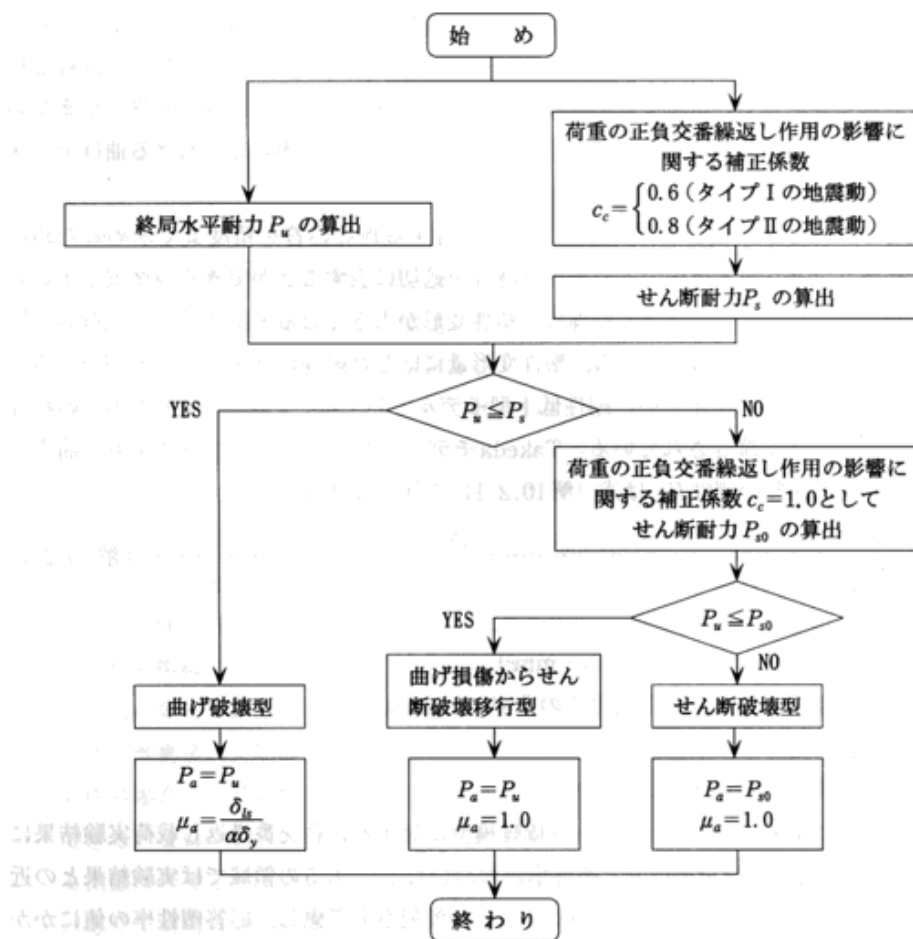


図-解10.2.2 鉄筋コンクリート橋脚の破壊形態の判定と地震時保有水平耐力及び許容塑性率の算出の手順

図 3.1

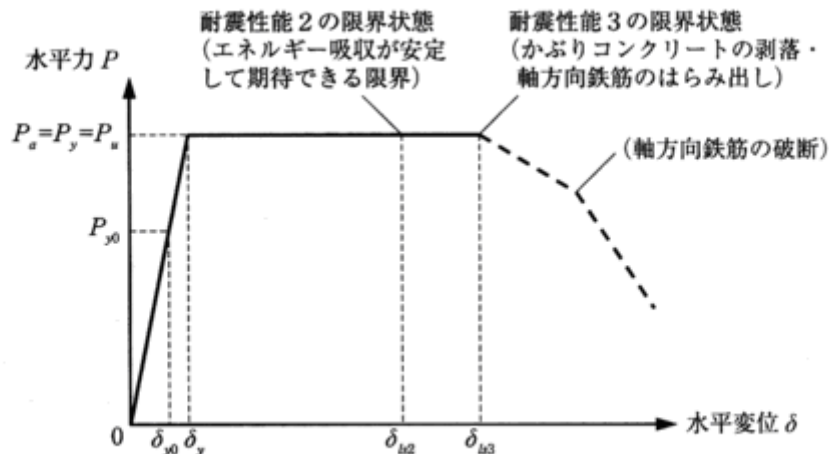


図-解10.2.1 曲げ破壊型の鉄筋コンクリート橋脚の水平力-水平変位関係と限界状態

図 3.2

図 3.1 は道示，耐震設計編 (H24 版) での単柱式 RC 橋脚の破壊形態の判定，水平保有耐力および許容塑性率の算出手順を示している．塑性率 (μ) とは，地震による水平力 (P) によって発生する橋脚の水平変位 (δ) の関係が，図 3.2 に示すような弾完全塑性型のバイリニア曲線でモデル化したときの降伏変位 (δ_y) に対する終局変位 (δ_u) の比，すなわち $\mu = \delta_u / \delta_y$ として定義されている．図 3.1 では，まず，橋脚の破壊が曲げ破壊かせん断破壊に支配されるかによって，耐震性能 2 および 3 での許容塑性率 (μ_{a1}, μ_{a3}) を定めている．すなわち，せん断破壊に支配される場合は， $\mu_{a1} = 1.0$ および $\mu_{a3} = 1.0$ であり，曲げ破壊に支配される場合は，

$$\mu_{a2} = \frac{\delta_{ls2}}{a_2 \delta_y}, \quad \mu_{a3} = \frac{\delta_{ls3}}{a_3 \delta_y} \quad (3.1)$$

ここに，終局水平変位 (δ_u) は耐震性能 2 では δ_{ls2} ，耐震性能 3 では δ_{ls3} としている． δ_u に至る前の水平荷重 (P) - 水平変位 (δ) は弾・完全塑性モデルで表わし， δ_y は橋脚下端断面の最外縁の軸方向鉄筋が降伏するときの水平変位， a_2, a_3 は安全率で， $a_2 = a_3 = 1.2$ を推奨している．

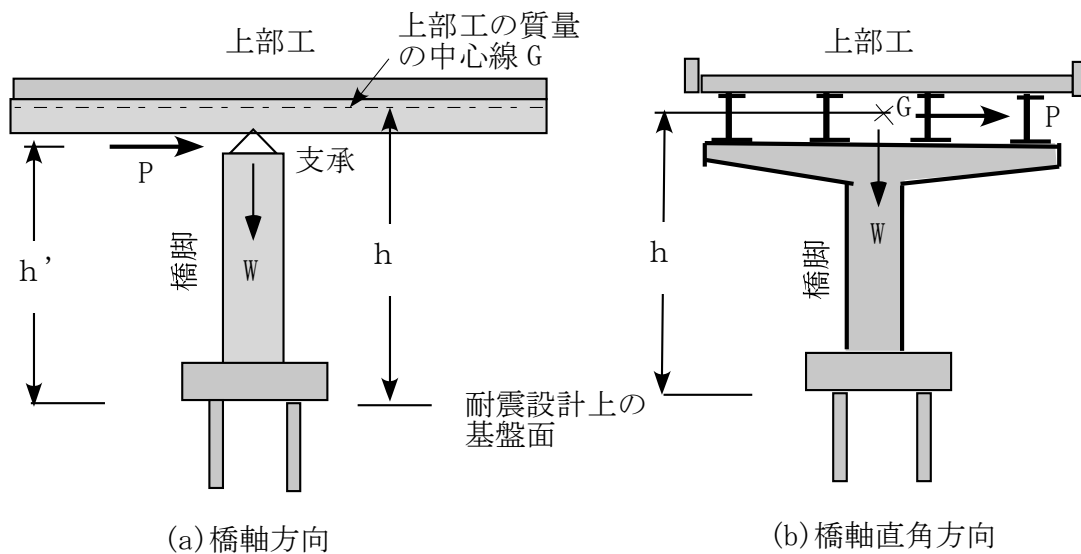


図 3.3 単柱式 RC 橋脚における地震水平力の作用位置

また、 δ_{ls2} 、 δ_{ls3} は図3.2で示すような耐震性能2または3での終局水平変位で、耐震性能3での δ_{ls3} は、かぶりコンクリートの剥落、鉄筋のはらみ出しの開始前での水平変位、耐震性能2では δ_{ls3} よりさらに安全性を考慮した値としている

3.2 終局限界状態が曲げ破壊にしたがう場合の水平力－水平変位関係の算定

式(3.1)における δ_y 、 δ_{ls2} 、 δ_{ls3} の具体的な算定手順を説明する。まず、図3.3に示すように、上部工の慣性力は質量の中心（重心と呼ぶ）に作用するが、橋脚の水平力（ P ）－水平変位（ δ ）関係の着目点は、橋軸方向と橋軸直角方向では異なることに留意しなければならない。すなわち、橋軸方向では、上部工の重心と支承点と偏心距離（ e ）によって発生する偏心モーメント（ M_e ）は径間を跨ぐ複数の橋脚のわずかの軸力によって相殺され、その影響は無視できるが、橋軸直角方向では、 M_e は直接に下部の橋脚断面に作用し、その影響を考慮しなければならない。以下、橋軸直角方向を想定して説明するが、橋軸方向では水平力（ P ）の作用位置が支承位置（ h' ）に変更するのみで十分である。

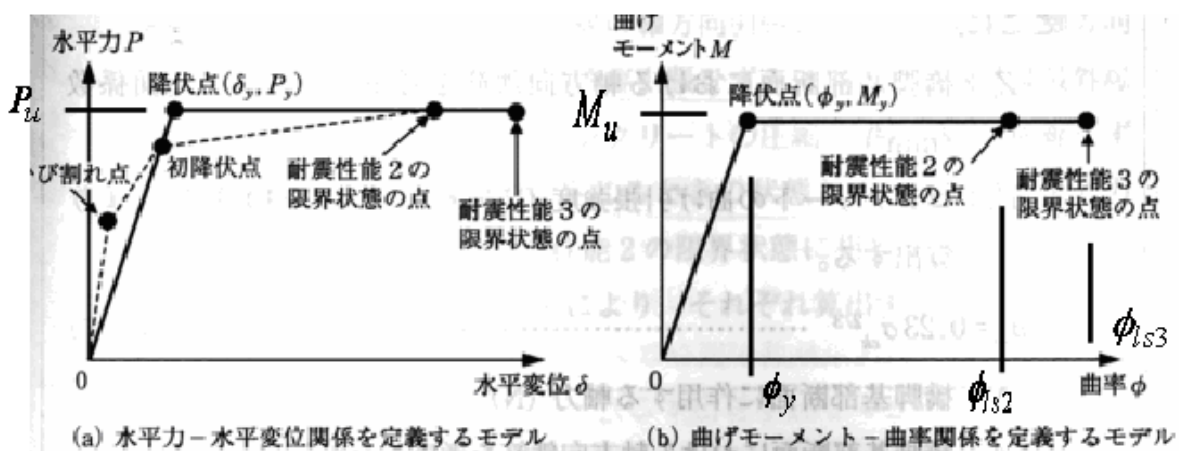


図-解10.2.3 鉄筋コンクリート橋脚の骨格曲線の例

図 3.4 道示，耐震設計編(H24 版)での $P-\phi$ 曲線と $M-\phi$ 曲線（一部加筆）

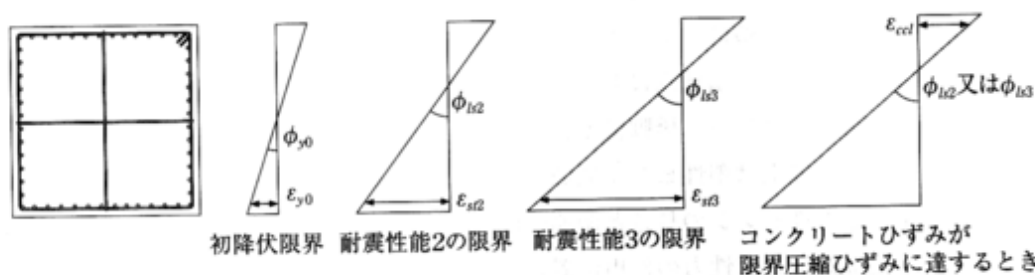


図-解10.3.1 初降伏限界，耐震性能2又は耐震性能3の限界におけるひずみ分布の設定

図 3.5 引張鉄筋および圧縮コンクリートの限界ひずみ

前述したように、照査に用いる水平力（ P ）－水平変位（ δ ）曲線は、図3.4のような弾完全塑性型にモデル化しており、終局水平荷重（ P_a ）は、 $P_a = P_y = P_u$ として、以下のように算定できる。すなわち、図3.5に示すように、平面保持の仮定にしたがい、橋脚下端の断面の最外縁の軸方向鉄筋が降伏する曲げモーメント M_{y0} を求め、補仮想仕事の定理により、そのときの上部工の質量の中心点（重心）での水平変位 δ_{y0} を求める。たとえば、橋脚高さ方向に $i=1,2,3,\dots,m$ 分割した断面

(i)での曲げモーメント (M_i) と軸力 (N_i) とすれば, 断面内を $j = 1, 2, 3, \dots, n$ 層に分割したファイバーモデルにより, M_i および N_i は以下のように求められる.

$$N_i = \sum_{j=1}^n \sigma_{cj} \Delta A_{cj} + \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} \Delta A_{sj} \quad (3.3)$$

$$M_i = \sum_{j=1}^n \sigma_{cj} x_j \Delta A_{cj} + \sum_{j=1}^n \sigma_{sj} x_j \Delta A_{sj} \quad (3.4)$$

ここに, σ_{cj}, σ_{sj} は分割点 j での断面内のコンクリートの応力と軸方向鉄筋の応力, x_j は軸力の作用点から各層までの距離, $\Delta A_{cj}, \Delta A_{sj}$ はコンクリート層および鉄筋層の断面積である. 式(3.3) および(3.4)でのコンクリートの応力 (σ_{cj}) および軸方向鉄筋の応力 (σ_{sj}) の算出は, 図 3.6 および

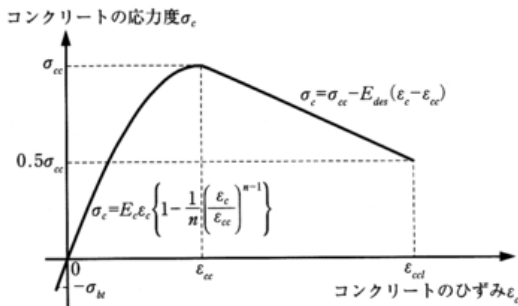


図-10.4.1 コンクリートの応力度-ひずみ曲線

図 3.6 コンクリートの $\sigma_c - \epsilon_c$ 関係

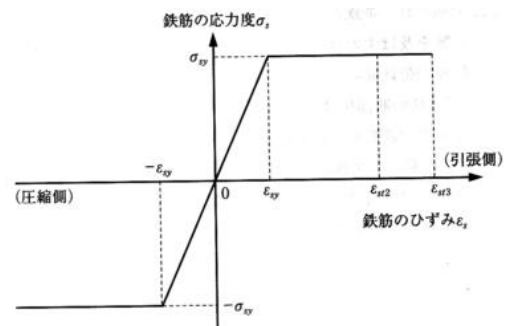


図-10.4.2 軸方向鉄筋の応力度-ひずみ曲線

図 3.7 軸方向鉄筋の $\sigma_c - \epsilon_c$ 関係

および図 3.7 のような道示, 耐震設計編(H24 版)に規定されたモデルにしたがい, 旧規定でのコンクリートの限界圧縮ひずみに加えて, 新規定では, 軸方向鉄筋にも限界引張ひずみを設けていることに留意しなければならない. なお, 鉄筋単柱式 RC 橋脚での軸力は上部工の自重による一定値 (N_0) であり, その作用点は橋脚断面の中心になる.

以上のような手順にしたがい, 橋脚高さ方向の分割点 ($i = 1, 2, 3, \dots, m$) での曲率 (ϕ_i) を求め, 以下の式により, 橋脚下端断面での最外縁の軸方向鉄筋の降伏開始時の橋脚上部の上部工の質量の中心点 (重心) 0 での水平変位を補仮想仕事の定理を適用して以下のように算定する.

$$\delta_{y,0} = \int \phi y d \vartheta \sum_{i=1}^n (\phi_i y_i + \phi_{i-1} y_{i-1}) \Delta y_i / 2 \quad (3.5)$$

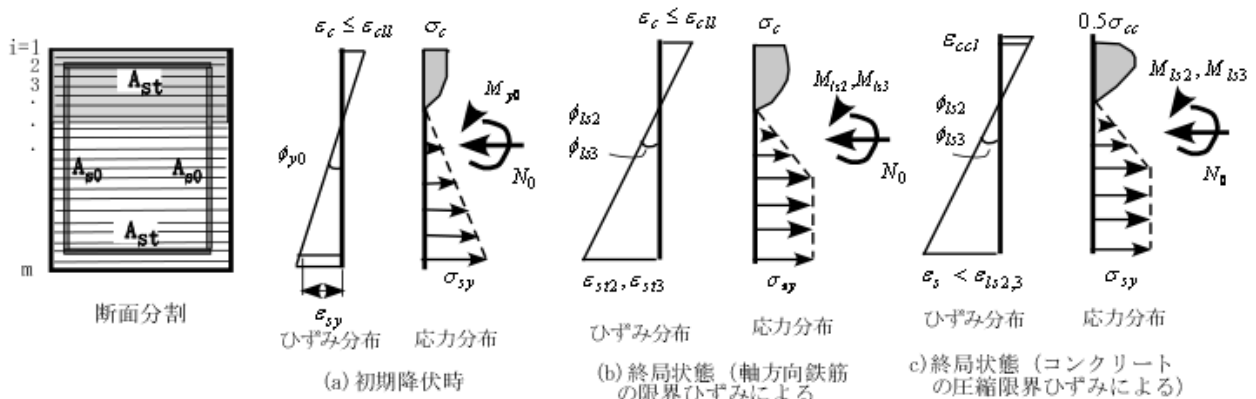


図 3.8 断面内のひずみおよび応力分布

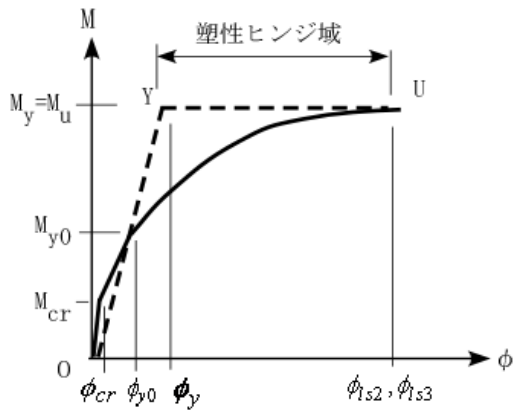


図 3.9 $M-\phi$ 曲線

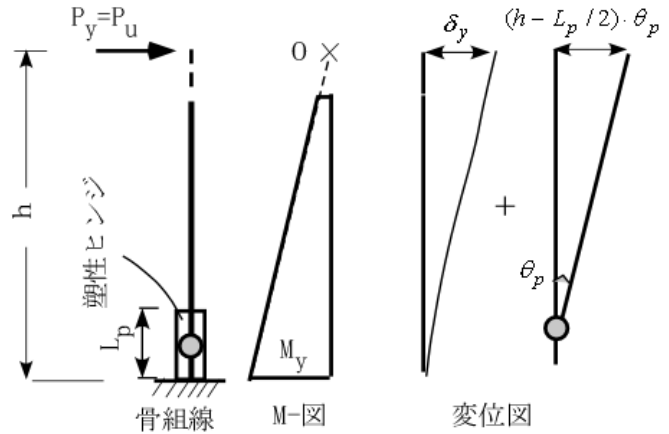


図 3.10 曲げモーメント図と変位分布

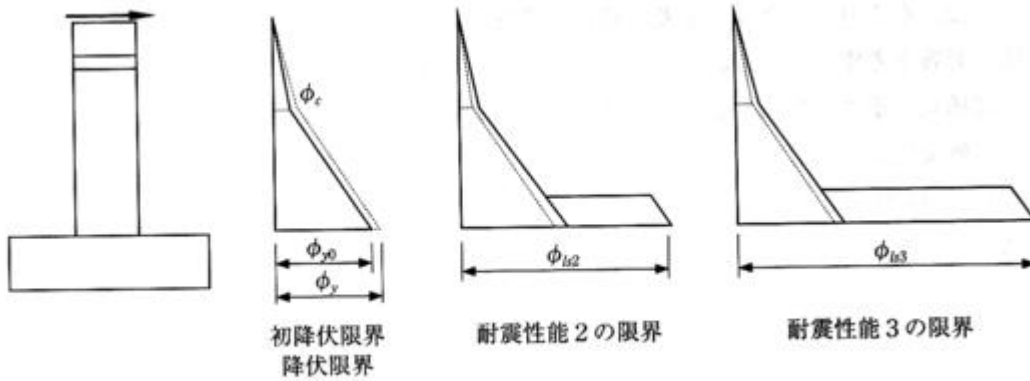


図-解10.3.2 曲率の高さ方向分布

図 3.11 単柱式 RC 橋脚の曲率分布

図 3.9 に示すように、断面内の曲げモーメント (M) と曲率 (ϕ) の関係は、一般的には、図 3.9 の実線のように現われる。すなわち、 $M-\phi$ 曲線は、コンクリートのひび割れ、軸方向鉄筋の降伏と塑性限界ひずみおよびコンクリートの圧縮限界ひずみの影響を受けて、繰返し載荷の場合は複雑な非線形関係を呈する。さらに、軸方向鉄筋の初期降伏荷重 (P_{y0}) を超える状態では、断面内のひずみ分布と応力分布は図 3.8 のように変化し、初期降伏時の曲率 (ϕ_{y0}) から曲率は増加し、終局曲率 (ϕ_{ls2}, ϕ_{ls3}) に達した時に耐震性能 2, 3 での限界状態に到達する。なお、終局曲率が軸方向鉄筋の引張ひずみ限界によって決まる場合とコンクリートの圧縮限界によって決まる場合とでは、塑性曲率の大きさが変わることには留意しなければならない。一般的に言うならば、塑性変形能によってエネルギー吸収を期待する場合 (エネルギー一定則の適用) は、終局曲率が軸方向鉄筋の引張限界ひずみによって決まる場合の方が望ましいと言える。

3.3 塑性ヒンジと回転容量について

道示、耐震設計編(H24 版)では、図 3.11 のように、単柱式 RC 橋脚の耐震性能 1, 2 での照査において、水平荷重 (P) - 水平変位 (δ) 曲線を前述の図 3.4 で示した弾完全塑性型の骨格曲線にモデル化し、図 3.4 の弾完全塑性型の曲げモーメント-曲率曲線を用いて、終局水平力 ($P_u = P_y$) と終局水平変位 ($\delta_{ls2}, \delta_{s3}$) を以下のように与えている。

$$P_u = \frac{M_{ls2}}{h} = \frac{M_{ls3}}{h} \quad (3.5)$$

$$\delta_{ls2} \text{ or } \delta_{ls3} = \delta_y + (\phi_u - \phi_y)L_p(h - L_p/2), \quad \phi_u = \phi_{ls2} \text{ or } \phi_{ls3} \quad (3.6)$$

$$\delta_y = \frac{M_{ls2}}{M_{y0}} \delta_{y0} \quad (3.7)$$

ここに、 M_{ls2} 、 M_{ls3} は、耐震性能 2,3 での終局曲げモーメントで、図 3.9 の $M_y = M_u$ に対応しており、 ϕ_u は限界曲率で軸方向の引張限界ひずみおよびコンクリートの圧縮限界ひずみに支配される。一方、終局水平変位は、図 3.9 に示すように、橋脚下端の曲げモーメントが M_{ls2} に到達したときの上部工の重心 0 での水平変位成分 δ_y と塑性ヒンジの回転角 θ_p による水平変位成分： $(h-L_p/2) \cdot \theta_p$ の和として与えており、 θ_p は塑性ヒンジ長を L_p として以下のように与えている。

$$\theta_p = L_p \cdot (\phi_u - \phi_y) \quad (3.8)$$

また、 L_p は軸方向引張鉄筋の塑性域での付着損失などに起因しており、実験により以下のように定めている。

$$L_p = \sigma_{sy}^{1/6} \beta_n^{-1/3} \phi' \quad , \quad \text{ただし、} \quad L_p \leq 0.15h \quad (3.9)$$

なお、上式の中の記号の説明は割愛するので示方書を参考にしてください。また、式(3.6)の右辺の第 1 項の終局水平変位は、図 3.9 のバイリニアの $M-\phi$ 曲線を用いて、降伏水平変位 (δ_y) は、補仮想仕事の定理により求めることができ、すなわち

$$\delta_y = \int \phi \cdot y dy \approx \sum_{i=1}^m \frac{M_i}{EI_i} y \Delta y_i \quad (3.10)$$

ここに、 EI_i は曲げ剛性で、ひび割れ発生前では、全断面有効のコンクリート断面、ひび割れ発生後は圧縮コンクリート断面と軸方向鉄筋による曲げ剛性を意味している。また、式(3.6)の第 2 項は塑性ヒンジの回転による水平変位成分を表わしているが、塑性ヒンジの回転角 θ_p は式(3.8)は ϕ_u に支配され、軸方向鉄筋の引張限界ひずみおよびコンクリートの圧縮限界ひずみの影響を受けるので θ_p の制限値に留意しなければならない。特に、上部工の自重による RC 橋脚に軸圧縮お力 (N_0) が大きくなると、終局モーメント (M_{ls2}, M_{ls3}) は大きくなるが、終局曲率 (ϕ_u) は低下することに留意する必要がある、詳しくは後述の RC ラーメン橋脚の節で述べたい。

“補足説明：塑性ヒンジや塑性ヒンジ長とはどのような根拠に基づくものなのか？”

前述したように、道路橋示方書、耐震設計法 (H24 版) では、耐震性能 2 および 3 の照査において、終局限界状態が曲げ破壊型に支配される場合には、単柱式 RC 橋脚および後述する RC ラーメン橋脚の変形解析に対しては、柱下端のある区間 (塑性ヒンジ長) に塑性ヒンジが形成され、断面内の軸方向鉄筋の引張ひずみ限界およびコンクリートの圧縮ひずみ限界を超えない範囲での塑性ヒンジでの回転による水平変位成分を考慮して水平荷重 (P) - 水平変位 (δ) 関係を求め、許容塑性率を算定している。

本来、“塑性ヒンジ” は、構造力学での極限解析 (Limit Analysis) での終局荷重を求めるための簡易手法としてもモデルであり、塑性ヒンジ断面の曲率は一定の終局モーメントの下で無制限に回転できると仮定されている。当然のことながら、RC 柱部材では、断面内のコンクリートも軸方向鉄筋も無制限の塑性ひずみを許容することはできない、しかしなら、橋脚下端断面での軸方向鉄筋の降伏後は、コンクリートとの付着の損失、フーチングからの鉄筋の抜け出しなどにより、通常の骨組解析に用いられる“平面保持の仮定”が適用できなく、正確な解析が非常に困難になる。そこで、実験などにより、図 3.12 に示すように、橋脚下端からある区間 (塑性ヒンジ長と呼ばれている) は、巨視的に見て、一定の曲率の下で変形すると仮定しても十分安全性が確保されることより、一定の塑性モーメント (M_u) の下で塑性曲率 ($\phi_p = \phi - \phi_y$) のみが増加するような、弾・完全塑性型の $M-\phi$ 曲線 (図 3.14) で表し、橋脚上端の水平変位は、降伏曲率 (ϕ_y) までの弾性成分と塑性ヒンジ区間 (L_p) 内での限界塑性曲率 ($\phi_u - \phi_y$) と L_p の積による回転成分を加えた簡易手

法が道示，耐震設計編に採用されてきたが，今回の改正では，軸方向鉄筋の引張限界ひずみの規定が導入されたので，旧基準に比べて，塑性ヒンジの許容回転角： $\theta_p = (\phi_u - \phi_y)L_p$ の影響に注意する必要があると思われる。

なお，道示，耐震設計編（H24 版）での RC 橋脚の塑性変形能を確保するための規定として，図 3.13 に示すように，塑性化を考慮する区間は柱下端から $0.4h$ とするとあるが，ここで言う塑性化を考慮する区間とは，図 3.12 での軸方向鉄筋が降伏している区間を指しているものと推測される。

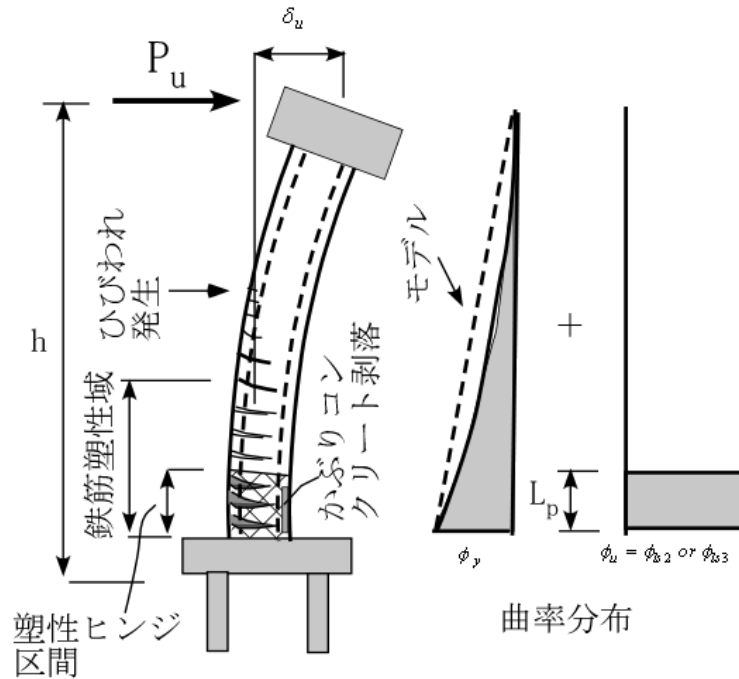


図 3.12 塑性ヒンジ区間と曲率分布

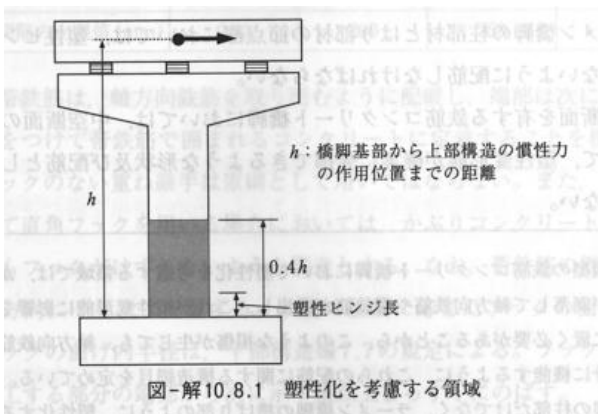


図 3.13 道示，耐震設計編(H24 版)の構造細目

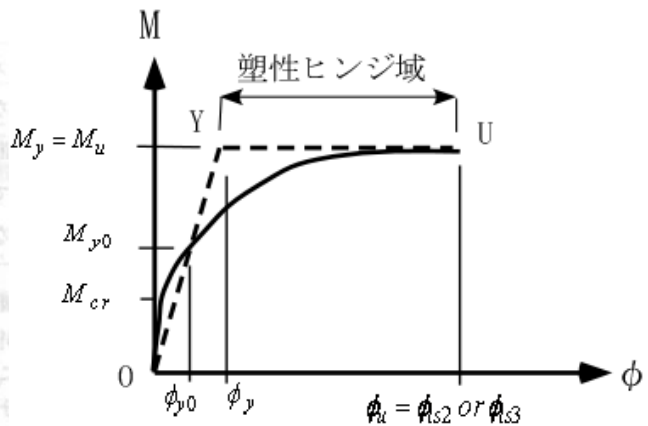


図 3.14 $M - \phi$ 曲線のモデル化と塑性ヒンジ域

4. 検討：幅員の広い上部工を支える単柱式 RC 橋脚の橋軸直角方向の振動特性

大都市域での高架橋の中には、土地の高度利用のために、高架橋の路面下が一般道として利用されることより、多主桁橋で幅員の広い上部工を支えていることが多く、このような構造では、橋軸直角方向に入力される地震に対しては、水平動による上部工の慣性力のみならず回転による慣性力（回転慣性）の影響も考慮すべきと思われる。もし、橋脚高さが低く幅員が広い場合には、水平振動より回転振動による挙動に支配されるが、復元力は橋脚柱の曲げ剛性に頼らねばならない。

上部構造の水平動と回転を考慮した振動は2自由度系の問題として取り扱わねばならず、以下に、2自由度系の振動問題としての運動方程式を示す。

上部構造の慣性力の中心（重心と呼ぶ）の水平変位を δ 、回転角を θ とすれば、振動中の運動エネルギー E は

$$E = \frac{W}{2g} \dot{\delta}^2 + \frac{I_0}{2} \dot{\theta}^2 \quad (4.1)$$

ここに、 I_0 は上部構造の重心周りの慣性モーメント、ドットは時間微分を表す。上部構造は通常、橋桁、床版および橋脚の頂版から成り立ち、 I_0 の算定は個々の上部構造に対して行わねばならないが、ここでは簡単のために、図4.1に示すように、幅 B_0 で、厚さ t_0 の長方形断面で、奥行きが隣接する橋脚間であるような直方体にモデル化できるとすれば、

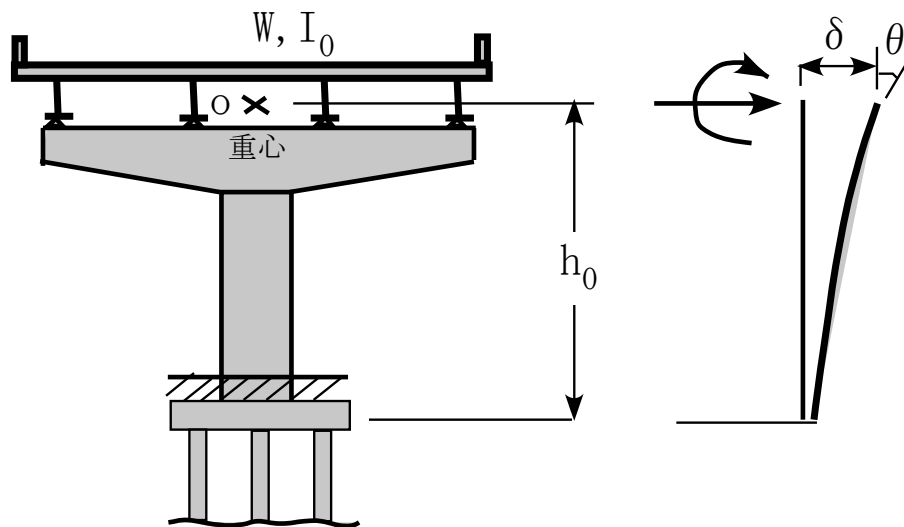


図 4.1 単柱式 RC 橋脚の橋軸直角方向の地震時挙動

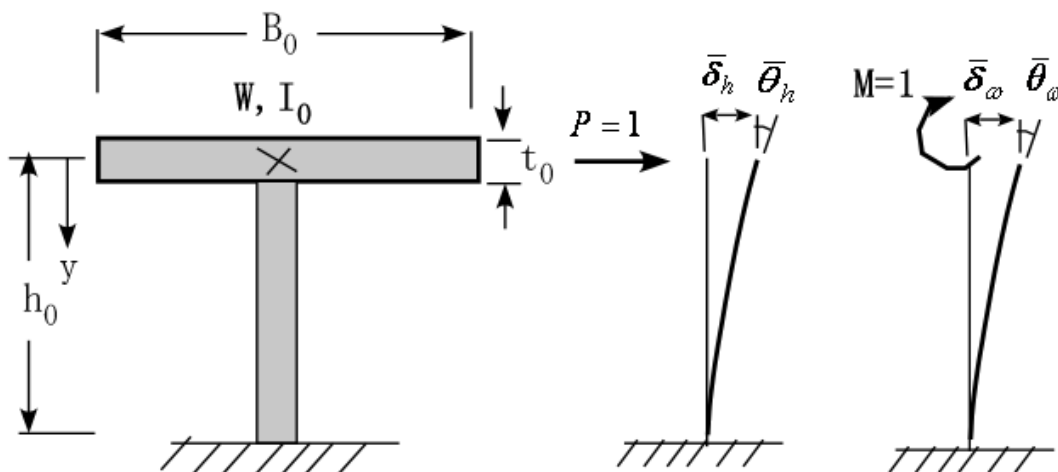


図 4.2 橋軸直角方向の単柱式 RC 橋脚の振動モデルの一例

$$I_0 = \frac{W(B_0^2 + t_0^2)}{12g} \quad (4.2)$$

一方、復元力は柱の曲げ剛性に依存し、弾性ひずみエネルギー U を式(2.4)で与えたように橋脚基礎の変形を含めた形で表すならば、上部構造の重心に作用する水平荷重 P および集中モーメント M と変形量との関係は以下のように表され、

$$\begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_h & \bar{\delta}_\omega \\ \bar{\theta}_h & \bar{\theta}_\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ M \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

ここに、 $\bar{\delta}_h$ と $\bar{\theta}_h$ は単位水平荷重($P=1$)を与えたときの水平変位および回転角であり、 $\bar{\delta}_\omega$ と $\bar{\theta}_\omega$ は、単位モーメント($M=1$)を与えたときの水平変位および回転角であり、相反作用の定理により $\bar{\theta}_h = \bar{\delta}_\omega$ である。したがって、弾性ひずみエネルギー以下のように表せる。

$$U = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} P \\ M \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \bar{\delta}_h & \bar{\delta}_\omega \\ \bar{\theta}_h & \bar{\theta}_\omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

もし、図4.2の橋脚が等断面($EI = \text{const.}$)の片持ちばり形式であれば、

$$\bar{\delta}_h = h_0^3 / (3EI), \quad \bar{\theta}_h = h_0^2 / (2EI), \quad \bar{\delta}_\omega = h_0^2 / (2EI), \quad \bar{\theta}_\omega = h_0 / (EI) \quad (4.5)$$

となる。なお、橋脚が線形弾性体であれば、相反作用の定理により $\bar{\theta}_h = \bar{\delta}_\omega$ となる。

つぎに、ラグランジュの運動方程式は以下のように与えられる。

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \delta} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (4.6)$$

$$L = E - U \quad (4.7)$$

式(4.3)および(4.4)を上式に代入すれば、自由振動の運動方程式は

$$\begin{bmatrix} W/g & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\delta}_h & \bar{\delta}_\omega \\ \bar{\theta}_h & \bar{\theta}_\omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

となる。ここに、

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\delta}_h & \bar{\delta}_\omega \\ \bar{\theta}_h & \bar{\theta}_\omega \end{bmatrix}^{-1} \quad (4.9)$$

とおけば、剛性行列 \mathbf{K} の各要素は以下のように与えられる。

$$K_{11} = \bar{\theta}_\omega / \Delta, \quad K_{12} = -\bar{\theta}_h / \Delta, \quad K_{21} = -\bar{\delta}_\omega / \Delta, \quad K_{22} = \bar{\delta}_h / \Delta, \quad \Delta = \bar{\delta}_h \bar{\theta}_\omega - \bar{\delta}_\omega \bar{\theta}_h \quad (4.10)$$

円振動数を p とし、固有振動モードを $\delta = \delta_0 \sin pt$, $\theta = \theta_0 \sin pt$ と表せば、振動数方程式は以下のようになり、

$$\begin{vmatrix} K_{11} - p^2 W/g & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} - p^2 I_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (4.11)$$

よって、

$$\frac{WI_0}{g} p^4 - (K_{11}I_0 + K_{22} \frac{W}{g}) p^2 + K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21} = 0 \quad (4.12)$$

から、円振動数 p_1 , p_2 は以下のように与えられる。

$$p_1 = \sqrt{\frac{b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}, \quad p_2 = \sqrt{\frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \quad (4.13)$$

ここに、 $a = WI_0/g$, $b = K_{11}I_0 + K_{22}W/g$, $c = K_{11}K_{22} - K_{12}K_{21}$ とっており、固有周期で表すと、

$$T_1 = \frac{2\pi}{p_1}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{p_2} \quad (4.14)$$

となる。

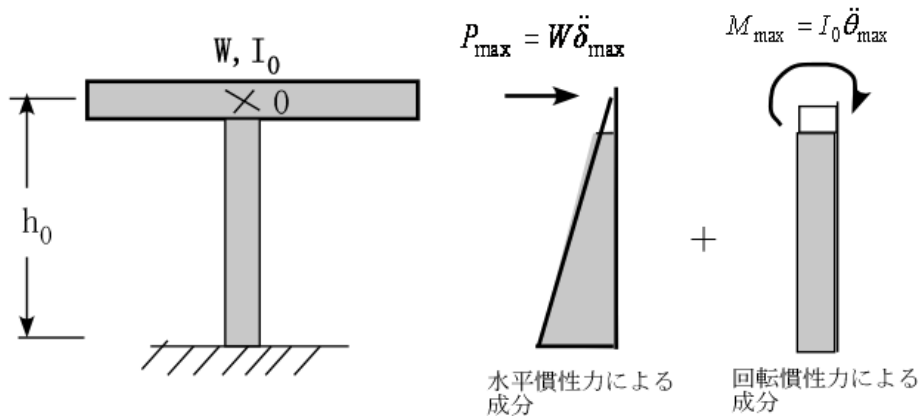


図 4.3 橋脚の曲げモーメント図

橋脚の曲げモーメント図の概形を図 4.3 に示すが、水平慣性力による成分と回転慣性力による成分の和として表れ、水平振動モードと回転振動モードには位相差があり、単純に加算することはできないが、1 次固有振動モードに基づく静的解析による照査は、上部構造の回転慣性の影響を無視しており、柱に現われる曲げモーメントを過小評価していることに留意しなければならない。

5. 静的解析による照査での留意点

道路橋示方書、耐震設計編(H24)では、地震挙動が複雑でない RC 橋脚に対しては、静的解析による安全性の照査法が適用されている。すなわち、設計水平震度の標準値 k_{h0} は、過去に集積されたレベル 1 および 2 の地震動による 1 自由度系の振動問題に対して求めたそれぞれの標準加速度応答スペクトル S_0 により定め、レベル 1 の地震動に対しては耐震性能 1 を満足するような設計、レベル 2 の地震動に対しては耐震性能 2 または 3 を満足するような設計を求めている。

レベル 1 地震動に対する設計水平震度 k_h は

$$k_h = c_z k_{h0} \quad (5.1)$$

ここに、 k_{h0} は標準値、 c_z は地域別補正係数である。図 2.3 の単柱式 RC 橋脚に対して適用すれば、橋脚断面に作用する曲げモーメント M_y およびせん断力 Q_y は

$$M_y = k_h W y, \quad Q_y = k_h W \quad (5.2)$$

ここに、 y は上部構造の重心からの距離である。

なお、上部構造の自重が偏心している場合は、橋脚断面には偏心荷重による曲げモーメントを考慮し、橋脚断面の軸力として上部構造の自重を考慮し、それらの断面力の作用の下での最大応力度は別途定めた許容値（許容応力度）以下に定めている。

式(5.2)は、水平動に対するものであり、上部構造の慣性モーメント $I_0 = 0$ であれば、式(3.2)は十分であるが、 I_0 が $Wh_0 y/g$ に比べて無視できない大きさであれば、上部構造の回転慣性の影響を考慮し、

$$M_y = k_h W y + M_0, \quad Q_y = k_h W \quad (5.3)$$

ここに、 $M_0 = I_0 g \ddot{\theta}$ である。

したがって、幅員が広く、上部構造の慣性モーメント I_0 が大きくなる場合には留意しなければならない（図 4.3 参照）。式(5.2)と式(5.3)の差は、橋脚の上端付近で特に大きくなるので、橋脚上端と

頂版との連結部の補強が必要になるように思われる、また、上部構造の回転慣性を考慮すれば、固有周期は式(2.4)によるものとは異なり、式(4.14)のようになり、主たる固有振動モードは以下のようになる。

$$T = 2\pi / p_1 \quad (5.4)$$

すなわち、 $p_1 < p_2$ を考慮すれば、上部構造の回転慣性を考慮することにより、固有周期は式(2.4)より大きくなることに留意しなければならない。

さらに、道路橋示方書、耐震設計編(H24)では、レベル2の地震動に対する耐震性能2または3の照査においては、エネルギー一定則(図5.4(a))に基づく塑性率の許容値を規定している。すなわち、塑性率 μ とは、図5.4(b)のように、水平荷重(P)と水平変位(δ)の関係を弾・完全塑性体としてしたときの、耐震性能2では δ_{ls2} / δ_y 、耐震性能3では δ_{ls3} / δ_y を意味しており、それらの許容値以下に収めることで安全性を確保している。

エネルギー一定則に基づく照査は、地震時の最大運動エネルギーが橋脚の変形による吸収エネルギーを越えないことを要求しており、上部構造の回転慣性が無視できる場合は、

$$\frac{W}{2g} \dot{\delta}_{\max}^2 \leq \frac{1}{2} P_u \delta_y + P_u (\delta_{ls2} - \delta_y \text{ または } \delta_{ls3} - \delta_y) \quad (5.5)$$

ここに、 P_u は終局水平荷重、 δ_y は降伏変位、 δ_{ls2} 、 δ_{ls3} はそれぞれ耐震性能2および3での許容塑性変位である。

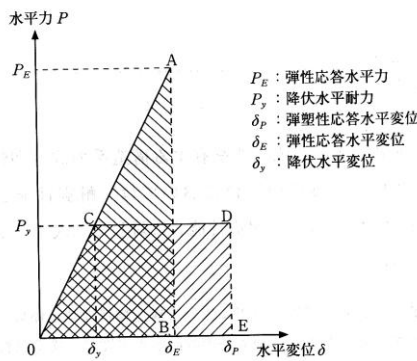


図-解6.4.3 エネルギー一定則に基づく構造物の弾塑性応答変位の推定

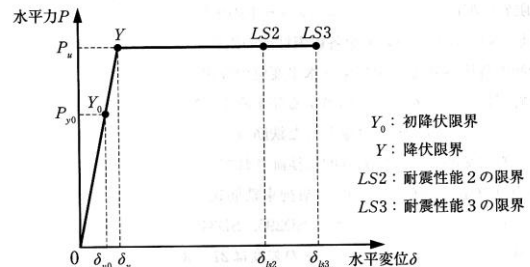


図-10.3.1 単柱式の鉄筋コンクリート橋脚の水平力-水平変位関係のモデル化

図 5.4(a),(b) エネルギー一定則と $P-\delta$ 曲線のモデル化 (道示 (H24))

ところで、上部構造の回転慣性の影響が無視できない場合の安全性の照査は

$$\frac{W}{2g} \dot{\delta}_{\max}^2 + \frac{I_0}{2} \dot{\theta}_{\max}^2 \leq \frac{1}{2} P_u \delta_y + P_u (\delta_{ls2} - \delta_y \text{ または } \delta_{ls3} - \delta_y) \quad (5.6)$$

になり、一定の許容塑性率 ($\mu_a = \delta_{ls2} / \delta_y$ または δ_{ls3} / δ_y) を有する RC 橋脚に対する式(5.5)は必ずしも安全側の照査にはならないことに留意しなければならない。

6. 留意点：動的解析による照査

単柱式 RC 橋脚の設計基盤面に水平地震加速度 \ddot{z} を受けたときの運動方程式は、式(4.8)および(4.9)より以下のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} \frac{W}{g} & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{W}{g} \ddot{z} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

ここに、 C_h は上部構造の水平運動に対する減衰係数、 C_θ は回転運動に対する減衰係数である。本文の冒頭で述べたように、道路橋示方書、耐震設計編(H24)での設計フローでは、地震時の挙

動が複雑でない場合には静的解析による照査，複雑な場合には，動的解析による照査が必要としており，動的解析法としては，応答スペクトル法または時刻歴応答解析法を推奨している．道示では単柱式 RC 橋脚の地震時の挙動は複雑ではない場合に規定されているようだが，上部工の幅員が広い場合には，地震時の主たる挙動は 1 自由度系の振動では表すことができなく，最低次でも水平運動と回転運動が連成する 2 自由度系の振動問題として取り扱わねばならないことより，以下に動的解析による照査の方法を提案したい．

(1) 応答スペクトル法

式(6.1)の運動方程式を以下のように表す．

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = -\ddot{z}\mathbf{M}\mathbf{I} \quad (6.2)$$

ここに，

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{W}{g} & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} W/g \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\ddot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

まず，固有解析により 2 組の規準振動モードを求め，モーダルマトリクス，

$$[\Phi] = [\Phi_1 \quad \Phi_2] \quad (6.4)$$

を決定し，以下の座標変換を行う．

$$\mathbf{u} = [\Phi]\mathbf{q} \quad (6.5)$$

減衰係数がレイリー減衰，すなわち，

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K} \quad (6.6)$$

で与えられるならば，式(6.2)は 2 組の規準振動モードに分解された以下の非連成の微分方程式を与える．

$$\ddot{\mathbf{q}} + 2h_i p_i \dot{\mathbf{q}} + p_i^2 \mathbf{q} = -\ddot{z}D_i \quad (6.7)$$

ここに， h_i は減衰定数， $2h_i p_i = \alpha + \beta p_i^2$ で， $D_i = \Phi_i^T \mathbf{M} \mathbf{I}$ は刺激係数と呼ばれている．

したがって，1 次および 2 次の固有周期： $T_1 = 2\pi / p_1$ ， $T_2 = 2\pi / p_2$ を求め，示方書での標準加速度応答スペクトル S_0 の値に D_i を掛けたものより，橋脚断面の曲げモーメント M_{yi} とせん断力 Q_{yi} の最大応答値を求め，それらの 2 乗和の平方根： $\sqrt{M_{y1}^2 + M_{y2}^2}$ ， $\sqrt{Q_{y1}^2 + Q_{y2}^2}$ として設計断面力を決定することができる．

道路橋示方書，耐震設計編での動的解析法の一つである応答スペクトル法にしたがえば，任意位置の橋脚断面に作用する最大曲げモーメントは，水平慣性力による成分の最大応答値 $M_{h\max}$ と回転慣性による成分の最大応答値 $M_{\alpha\max}$ の和の平方根： $\sqrt{M_{h\max}^2 + M_{\alpha\max}^2}$ として与えられる．ただし，応答スペクトル法は線形問題にしか適用できないので，レベル 1 の地震動に対する安全性照査法としてのみ使えらるとに留意しなければならない．

(2) 時刻歴応答解析

レベル 1 またはレベル 2 の地震加速度波形を \ddot{z} とし，式(4.2)を直積数値積分法によって計算する方法である．すなわち，

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = -\ddot{z}\mathbf{M}\mathbf{I} \quad (6.8)$$

数値積分法には陽解法と陰解法があるが，陰解法であるニューマークの β 法がよく用いられているが，詳細は専門書に譲りたい．式(4.8)により，地震時に導入される運動エネルギーの最大値，

$$E_{\max} = \bar{\bar{x}} \left(\frac{W}{2g} \dot{\delta}^2 + \frac{I_0}{2} \dot{\theta}^2 \right)_{\max} \quad (6.9)$$

を求めれば，式(5.6)による照査は以下のように実行できる．

$$E_{ma} \leq \frac{1}{2} P_u \delta_y + P_u (\delta_{ls2} - \delta_y \text{ または } \delta_{1s} - \phi_y) \quad (6.10)$$

7. 橋軸直角方向の地震に対する単柱式 RC 橋脚の安全性の照査についての留意点

前述のように、道路橋示方書、耐震設計編(H24)では、単柱式 RC 橋脚に対する静的解析による照査として、1 自由度系の振動モデルに基づく、設計水平震度 k_h を地盤種別に規定された標準加速度応答スペクトルに基づいて求め、レベル 2 地震動に対しては、エネルギー一定則により求めた塑性率の許容値を定めている。また、動的解析による照査としては、レベル 2 の地震動に対しては、非線形動的応答解析を行い、破壊形態に応じた許容塑性率を定めている。

図 7.1 は、道路橋示方書、耐震設計編(H24)でのレベル 2 地震動での終局時の柱部の曲率分布を示している。ここでは、終局耐力 P_u と終局変位 δ_{ls2} は

$$P = \frac{M_{l2}}{h} \quad (7.1)$$

$$\delta_{ls2} = \delta_y + (\phi_{ls2} - \phi_y) L_p (h - L_p / 2) \quad (7.2)$$

$$\phi_y = \frac{M_{ls2}}{M_{y0}} \phi_{y0}, \quad \delta_{y0} = \int \phi_y dy \quad (7.3)$$

ここに、 M_{ls2} ：レベル 2 地震動での柱基部の曲げモーメント、 L_p ：塑性ヒンジ長など、である。なお、構造細目として、 $L_p \leq 0.15h$ および塑性域の許容領域は 0.4 以下にするなどの規定もある。

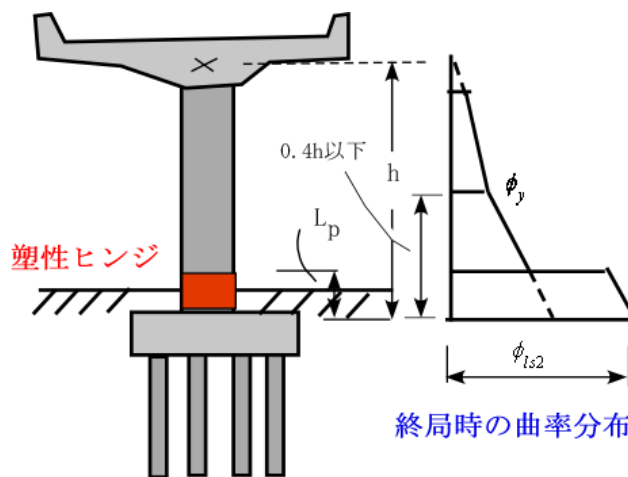


図 7.1 レベル 2 地震動での終局時の曲率分布 (同示(H24 版)による)

前述したように、上部工の幅員が広い単柱式 RC 橋脚では、上部構造の回転慣性の影響が無視できなく、柱部の曲げモーメント図が図 5.1 とは異なること、ならびに柱下端部に塑性ヒンジが形成すると不安定な構造となり、上部構造の回転慣性力に対する抵抗力が著しく低下することが危惧されるので、レベル 2 の安全性の照査法についてはまだまだ検討すべき点が多いものと推察される。

8. コンクリートの応力度－ひずみ曲線及び限界圧縮ひずみ並びに鉄筋の応力度－ひずみ曲線及び許容ひずみ

方向鉄筋の応力－ひずみ関係を図 8.1 および 8.2 のように与えている

図 8.1 でのコンクリートの圧縮限界ひずみ ε_{cc1} は横方向拘束鉄筋量に応じて以下のように定められている。

$$\varepsilon_{ccl} = \varepsilon_{cc} + \frac{0.5\sigma_{cc}}{E_{des}}, \quad E_{des} = 11.2 \frac{\sigma_{ck}^2}{\rho_s \sigma_{sy}}, \quad \rho_s = \frac{4A_k}{sd} \leq 0.018 \quad (8.1)$$

ここに、 $\sigma_{cc}, \varepsilon_{cc}$: 横拘束鉄筋を有するコンクリートのそれぞれ最大圧縮応力度およびひずみ、 σ_{ck} : コンクリートの設計基準強度 (N/mm^2)、 ρ_s : 横拘束鉄筋の体積比、 E_c : コンクリート

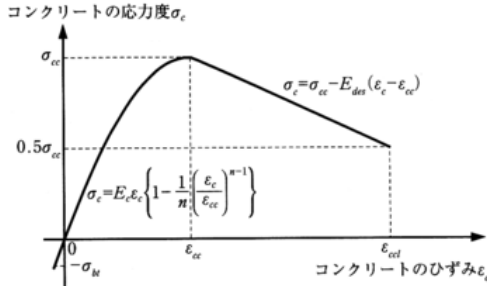


図-10.4.1 コンクリートの応力度-ひずみ曲線

図 8.1 コンクリートの応力-ひずみ曲線

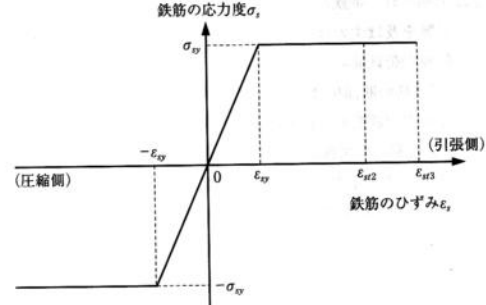


図-10.4.2 軸方向鉄筋の応力度-ひずみ曲線

図 8.2 軸方向鉄筋の応力-ひずみ曲線

のヤング率 (N/mm^2)、 E_{des} : 圧縮コンクリートのピーク強度後の下降勾配 (N/mm^2)、 A_k : 横拘束鉄筋の1本当たりの断面積、 s : 横方向鉄筋の間隔、 d : 横方向鉄筋の有効長、などである。平成14年版の旧基準では、圧縮コンクリートのピーク後の限界ひずみ ε_{ccl} が $\sigma_{cc} = 0.8\sigma_{cc}$ であったが、新基準では、 $\sigma_{cc} = 0.5\sigma_{cc}$ に変更されていることに留意しなければならない。

一方、平成14年版の旧基準ではなかったが、平成24年版の新基準では、耐震性能2および3の照査に対して、軸方向鉄筋の引張限界ひずみ ($\varepsilon_{st2}, \varepsilon_{st3}$) が導入されたこと、ならびに塑性ヒンジ長の改定などにも留意する必要がある。具体的には

耐震性能2に対しては、

$$\varepsilon_{st2} = 0.025 \cdot L_p^{0.15} \phi^{-0.15} \beta_s^{0.2} \beta_{c0}^{0.22} \quad (8.2)$$

耐震性能3に対しては、

$$\varepsilon_{st3} = 0.035 \cdot L_p^{0.15} \phi^{-0.15} \beta_s^{0.2} \beta_{c0}^{0.22} \quad (8.3)$$

ここに、 L_p : 塑性ヒンジ長(mm)、 ϕ : 軸方向鉄筋の直径(mm)、 β_s : 横拘束鉄筋の抵抗をバネ定数 (N/mm^2)、 β_{c0} : かぶりコンクリートの抵抗を表すバネ定数 (N/mm^2) である。

塑性ヒンジ長 (L_p)、 β_s および β_{c0} は、別途、以下のように規定されている。

$$L_p = 9.5 \sigma_{sy}^{1/6} \beta_n^{-1/3} \phi', \quad \text{ただし、} L_p \leq 0.15h \quad (8.4)$$

$$\beta_n = \beta_s + \beta_{c0}, \quad (8.5)$$

$$\beta_s = \frac{384 E_0 I_h}{n_s d^3 s} \quad (8.6)$$

$$\beta_{c0} = 0.01 c_0 \quad (8.7)$$

ここに、 E_0 : 横拘束鉄筋のヤング率 (N/mm^2)、 I_h : 横拘束鉄筋の断面2次モーメント (mm^4)、その他の記号は道示、耐震設計編 (H24版) を参照のこと。

以上の結果、軸方向鉄筋の限界引張りひずみ ($\varepsilon_{st2}, \varepsilon_{st3}$) の導入や塑性ヒンジ長の改定に伴って、RC橋脚の耐震性能2および3に対する水平限界変位 (l_{s2}, l_{s3}) の採り方が旧規定より異なってくるので留意する必要がある。

9. 上部工の死荷重による偏心モーメントが作用する単柱式 RC 橋脚の振動特性についての留意点
道路橋示方書，耐震設計編（H24 版）では，図 9.1 に示すような規定がある。

10.7 上部構造等の死荷重による偏心モーメントが作用する鉄筋コンクリート橋脚の地震時保有水平耐力及び許容塑性率並びに動的解析に用いる非線形履歴モデル

- (1) 上部構造等の死荷重による偏心モーメントが作用する鉄筋コンクリート橋脚の地震時保有水平耐力及び許容塑性率は，偏心モーメントが作用する方向に対しては，(2)の規定により破壊形態を判定し，破壊形態に応じて(3)の規定により算出する。偏心モーメントが作用する方向とは反対の方向に対しては，偏心モーメントの影響を無視して地震時保有水平耐力及び許容塑性率を算出してよい。なお，固有周期を算出する際に用いる鉄筋コンクリート橋脚の降伏剛性は(4)の規定により算出する。
- (2) 上部構造等の死荷重による偏心モーメントが作用する鉄筋コンクリート橋脚の破壊形態は，10.2(1)の規定による。ただし，破壊形態の判定に用いる鉄筋コンクリート橋脚の終局水平耐力は，式(10.7.1)により算出す

② 曲げ破壊型と判定された鉄筋コンクリートラーメン橋脚の耐震性能 2 に対する限界状態は，複数箇所に形成される塑性ヒンジが全て 10.3(7)に規定する耐震性能 2 に対する限界状態に達するときとする。また，耐震性能 3 に対する限界状態は，複数箇所に形成される塑性ヒンジが全て 10.3(8)に規定する耐震性能 3 に対する限界状態に達するときとする。

- 3) はり部材に塑性ヒンジが形成される場合においては，式(10.6.3)によりはり部材に生じるせん断力に対する照査を行う。

$$V_b/P_{si} \leq 1 \dots\dots\dots (10.6.3)$$

ここに，

V_b ：共通編 2.1 に規定する主荷重のうち衝撃を除いた荷重作用時に
おいてはり部材に作用するせん断力 (N)

P_{si} ：10.5の規定により算出する i 番目の塑性ヒンジ位置のせん断耐力
(N)

- (3) 動的解析を行う場合においては，一層式の鉄筋コンクリートラーメン橋脚の非線形履歴特性を適切に評価できる非線形履歴モデルを用いなければならない。この場合，非線形履歴モデルの骨格曲線は，各部位に作用する軸力が変動する影響を適切に考慮して設定される降伏限界の点を降伏点とする完全弾塑性型の骨格曲線とすることを標準とする。

図 9.1 道路橋示方書，耐震設計編（H24 版）での規定

図 9.2 では，基本的には，死荷重による偏心モーメントのない単柱式 RC 橋脚の規定に準じているが，死荷重による偏心モーメント M_0 が不利な方向に作用する場合には，終局水平耐力 P_{uE} は M_0 の影響を考慮して，

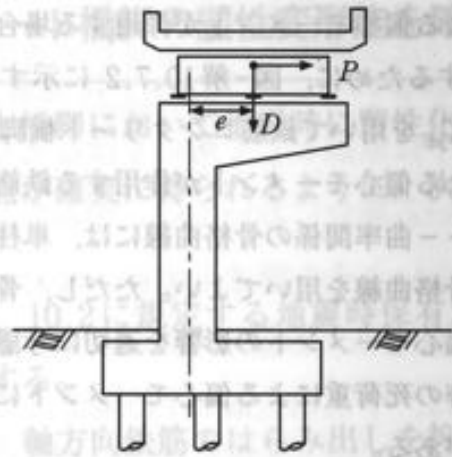


図 9.2 上部工の自重による偏心モーメントを受ける場合（道示，耐震設計編（H24 版））

$$P_{uE} = P_u - \frac{M_0}{h}, \quad M_0 = De \quad (9.1)$$

ここに、 P_u は偏心モーメントのない場合の終局水平耐力、 h は上部工の慣性力の中心から橋脚基部までの高さ、 e は偏心距離、 D は上部工の自重である。

図 9.1 の規定では、上部工の死荷重による偏心モーメント M_0 による水平変位 δ_{0E} を初期変位として考慮した水平力 (P) - 水平変位 (δ) を、耐震性能 2 の照査では図 9.3 のようにモデル化し、偏心モーメントの無い単柱式 RC 橋脚に準じた曲げモーメントを図 9.4 のように適用している。

しかしながら、図 9.1 の規定では、上部工の回転慣性の影響は考慮されていない。上部工の幅員が小さく、かつ偏心距離 e が小さく場合には、回転慣性の影響は無視できると思われるが、上部工の幅員が大きく、かつ偏心距離 e が大きい場合には、回転慣性の影響および上部工の自重の動的効果を考慮した運動方程式を適用する必要がある。

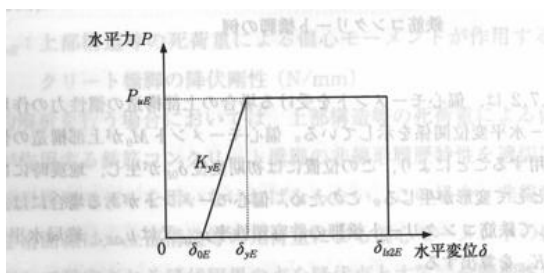


図 9.3 水平力-変位関係

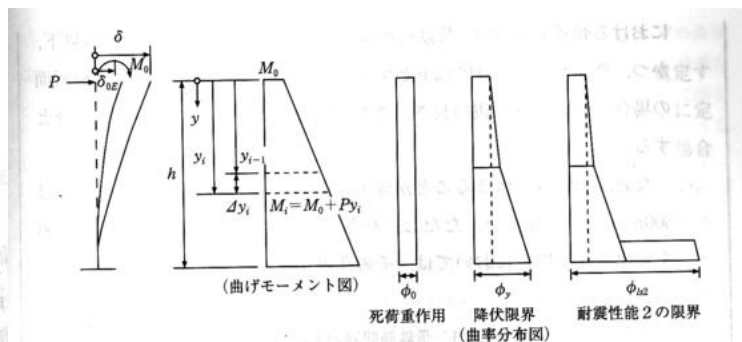


図-解 10.7.3 上部構造等の死荷重による偏心モーメントが作用する場合の曲げ変形による水平変位 δ の求め方（耐震性能 2 の場合）

図 9.4 偏心モーメントを考慮した曲げモーメント図

頂版を含めた上部工の重量を W とし、橋脚の断面中心線上の点（図 9.3 の $0'$ ）に関する上部工の慣性モーメントを I_0 とし、式(2.5)–(2.14)と同等な運動方程式を以下に誘導する。

上部工の質量の中心 0 （重心）の水平変位を δ ，回転角を θ とすれば，上部工の運動エネルギーは、

$$E = \frac{W}{2g} \dot{\delta}^2 + \frac{I_0}{2} \dot{\theta}^2 \quad (9.2)$$

一方、ポテンシャルエネルギーは、ひずみエネルギーと上部工の自重の影響を考慮すれば、

$$U = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} - We\theta \quad (9.3)$$

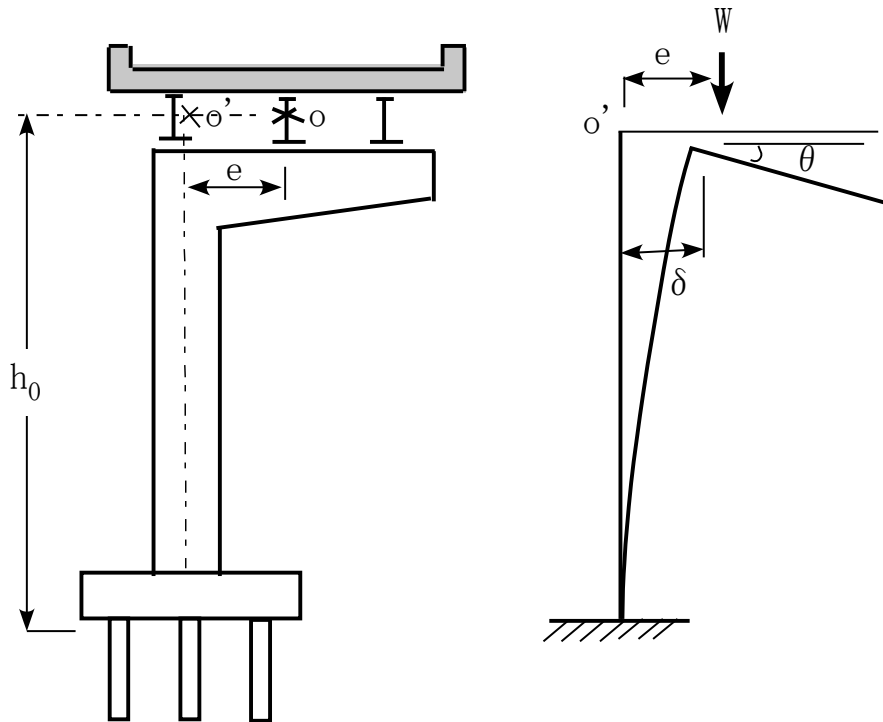


図 9.3 上部工の自重による偏心荷重を受ける単柱式 RC 橋脚

ここに、 K_{ij} は式(4.9)による剛性行列の各要素である。

自由振動に対するラグランジュの運動方程式は

$$L = E - U, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\delta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \delta} = 0, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (9.4)$$

よって、

$$\begin{bmatrix} W/g & 0 \\ 0 & I_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ We \end{bmatrix} \quad (9.5)$$

また、橋脚基盤の水平地震動による橋脚の動的解析における運動方程式は以下のように与えられる。

$$\begin{bmatrix} \frac{W}{g} & 0 \\ g & I_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\delta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{W}{g} \ddot{z} \\ g \\ We \end{bmatrix} \quad (9.6)$$

以上のように、上部工の幅員が広く、かつ偏心距離が大きい場合には、道路橋示方書、耐震設計編（H24 版）での静的照査が十分ではなく、式(6.6)に示したような、上部工の回転慣性および自重によるポテンシャルエネルギーの変化を考慮した解析が必要と思われる。特に、橋脚下端に塑性ヒンジを認める設計では、上部工の自重による動的効果には十分留意しなければならない。

10. RC ラーメン橋脚の耐震解析についての留意点

道路橋示方書、耐震設計編(H24 版)では、一層式 RC ラーメン橋脚の地震時保有水平耐力及び許容塑性率並びに動的解析に用いる非線形履歴モデルの規定がある。その内容を要約すると、

(1) RC ラーメン橋脚の面外方向に対しては、各柱部材が分担する慣性力を算出し、単柱式 RC

橋脚の規定を適用する（図 10.1 参照）

- (2) RC ラーメン橋脚の面内方向に対しては、各部材がせん断破壊か曲げ破壊に支配するかを判別し、終局限界状態が曲げ破壊に支配される場合には、複数の塑性ヒンジの形成を考慮した解析モデルを用い、単柱式 RC 橋脚の場合に準じた降伏変位 (δ_y)、終局水平耐力 (P_u) を求め、耐震性能 2 または 3 に対する限界変位は、複数の塑性ヒンジを有するが全ての柱に対して、単柱式 RC 橋脚の許容塑性率の規定を準用するが、その際の水平力 (P) の作用位置は上部桁の支承部とする。
- (3) 柱部材の上、下端およびはり部材の端部以外の位置には塑性ヒンジが形成されないように留意する。
- (4) 解析の結果、はり端部に塑性ヒンジが形成する場合には、せん断破壊が先行しないように、次式による照査を行う。

$$V_u / P_{si} \leq 1 \quad (10.6.3)$$

ここに、 V_u : 主荷重（ただし、衝撃は除く）によるせん断力、 P_{si} : 塑性ヒンジでのせん断耐力。

- (5) (3)の規定があるにも係わらず、当面の規定として、はりと柱の節点部の損傷はせん断破壊形態になりやすいので、節点部に塑性ヒンジが形成されないよう配筋する。ここで言う節点部とは図 10.1 の隅角部に連結する柱およびはり部を意味しており、この部分では塑性ヒンジの形成は認めないが、塑性域（軸方向鉄筋の降伏領域）が柱部材では上端面から $0.4h$ 以内、ただし h ははり断面下縁から橋脚基盤の上表面までの距離、またはり部材では左右の柱の中心線間距離の $1/2$ 以内になるようにする。
- (6) 動的解析を行う場合の非線形履歴モデルは、軸力の変動を考慮した降伏限界点を降伏点とし

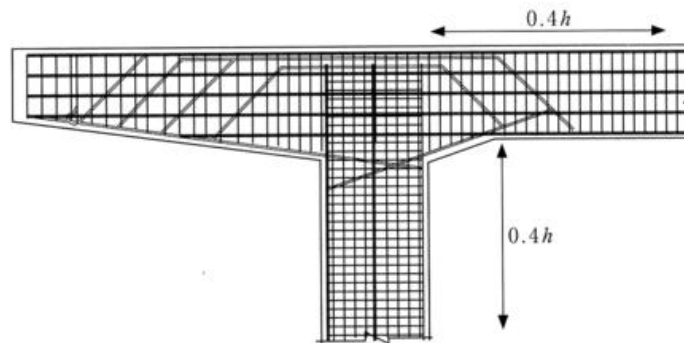


図-解10.8.2 ハンチがある場合の塑性化を考慮する領域の取り方

図 10.1 柱とはりのハンチのある接合部の配筋

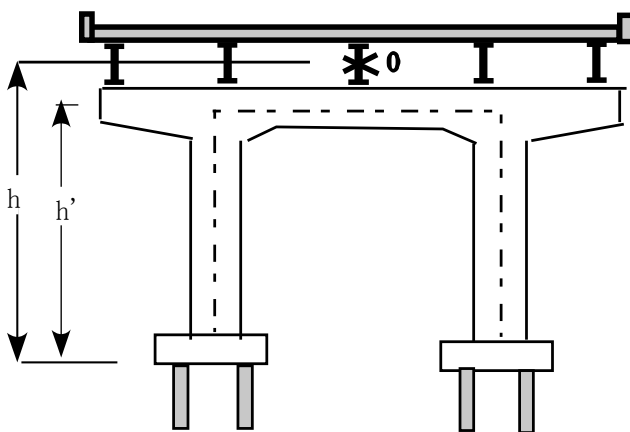


図 10.2 一層式ラーメン橋脚（面内方向）

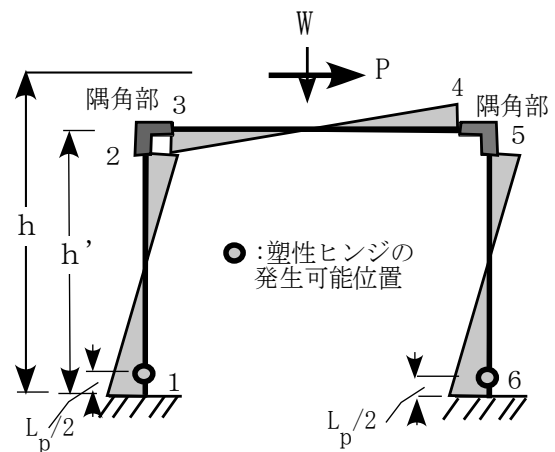


図 10.3 骨組線と曲げモーメント図

た完全弾塑性型の骨格曲線とすることを標準とする。

以上の規定より，図 10.2 のような 1 層，1 径間の RC ラーメン橋脚の面内方向の解析を例に採れば，図 10.3 のような骨組構造モデルによる解析によって水平荷重 (P) - 水平変位 (δ) 曲線を求めることができる。すなわち，図 10.1 の配筋により，接合部の塑性領域はハンチを無視した骨組線としてよいが，隅角部内は剛域として取り扱うものとする。また，単柱式 RC 橋脚の項で述べたように，RC 柱の曲げモーメント (M) - 曲率 (ϕ) 曲線は，図 3.8 で示したように，断面の最外縁の軸方向鉄筋の降伏開始時の曲げモーメント (M_{y0}) を超えると塑性域が広がり，鉄筋の引張限界ひずみ (ϵ_{stl}) またはコンクリートの圧縮限界ひずみ (ϵ_{ccl}) に到達したときに，終局曲げモーメント (M_{sl2}, M_{sl3}) になる。

一方，ラーメン橋脚の面内方向では，上部工の質量の中心点 o に作用する水平力 (P) によって偏心モーメント (M) が発生するが， M は左右の柱の軸力により伝達され，上部工には回転が生じないので，水平変位 (δ) を算定する位置をはり部材の軸線の位置 (h') として単柱式 RC 柱の規定が適用できるが，柱断面に発生する軸力による終局モーメント (M_u) への影響は考慮しなければならない。すなわち，左右の柱には，上部工の自重による圧縮軸力 (N_0) に加えて，水平力

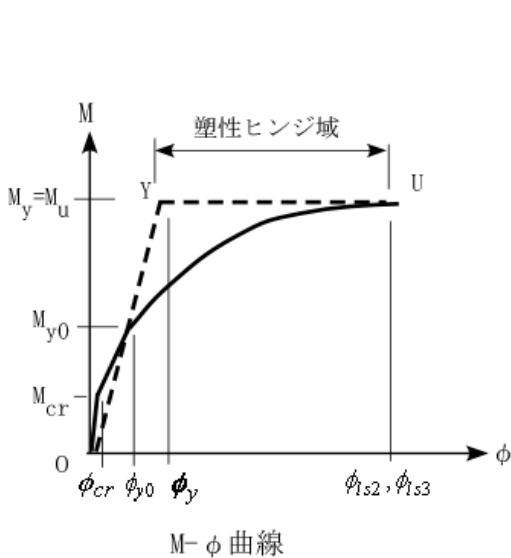


図 3.8 (再掲) $M - \phi$ 曲線

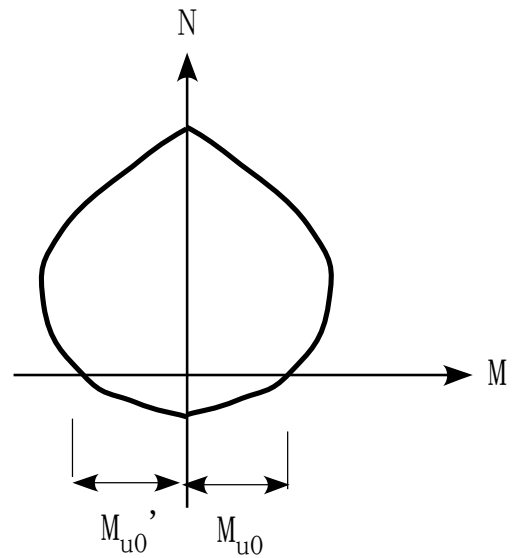


図 10.4 曲げ強度と軸力の相関曲線

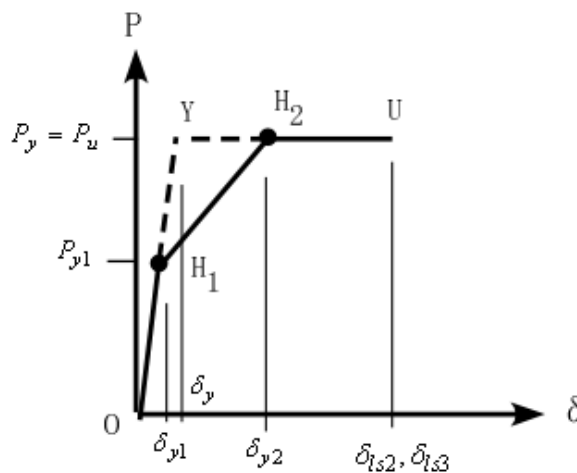


図 10.5 ラーメン橋脚の $P - \delta$ 関係

(P) の作用に伴って、柱断面には圧縮または場合によっては引張軸力 (N_{pc}, N_{pt}) が発生する。図 10.3 の例では、右側の柱には圧縮力 (N_{pc})、左側の柱には引張力 (N_{pt}) が発生すると仮定している。終局曲げモーメント (M_{sl2}, M_{sl3}) に対する軸力の影響は、一般に、図 10.4 に示すように、低圧縮軸力の下では、終局曲げモーメントは増加するが、引張軸力の作用下では減少することは良く知られている。道示、耐震設計編(H24)では、通常のラーメン橋脚では、安全側の配慮により、軸圧縮力の影響が無視できるが、引張軸力の影響は無視できなく、特に、今回の改訂では、軸方向鉄筋の引張限界ひずみ制限が設けられたこともあり、旧規定より軸引張力の影響が顕著に現われることを示唆している。

したがって、橋脚高さが大きい場合には、図 10.3 の曲げモーメント図では、塑性ヒンジが形成され得る左右の柱下端の終局曲げモーメントの値が異なり、引張軸力を受ける柱断面の塑性ヒンジが先行し、軸圧縮力を受ける柱下端の塑性ヒンジは遅れて発生することが予想され、図 10.5 に示すような $P-\delta$ 曲線を描くものと推測される。一方、柱の上端では、塑性ヒンジの発生を避けるためには、左右の柱の上端断面の曲率が軸力の影響を考慮した図 3.8 の曲率 ϕ_y を超えないようにしなければ

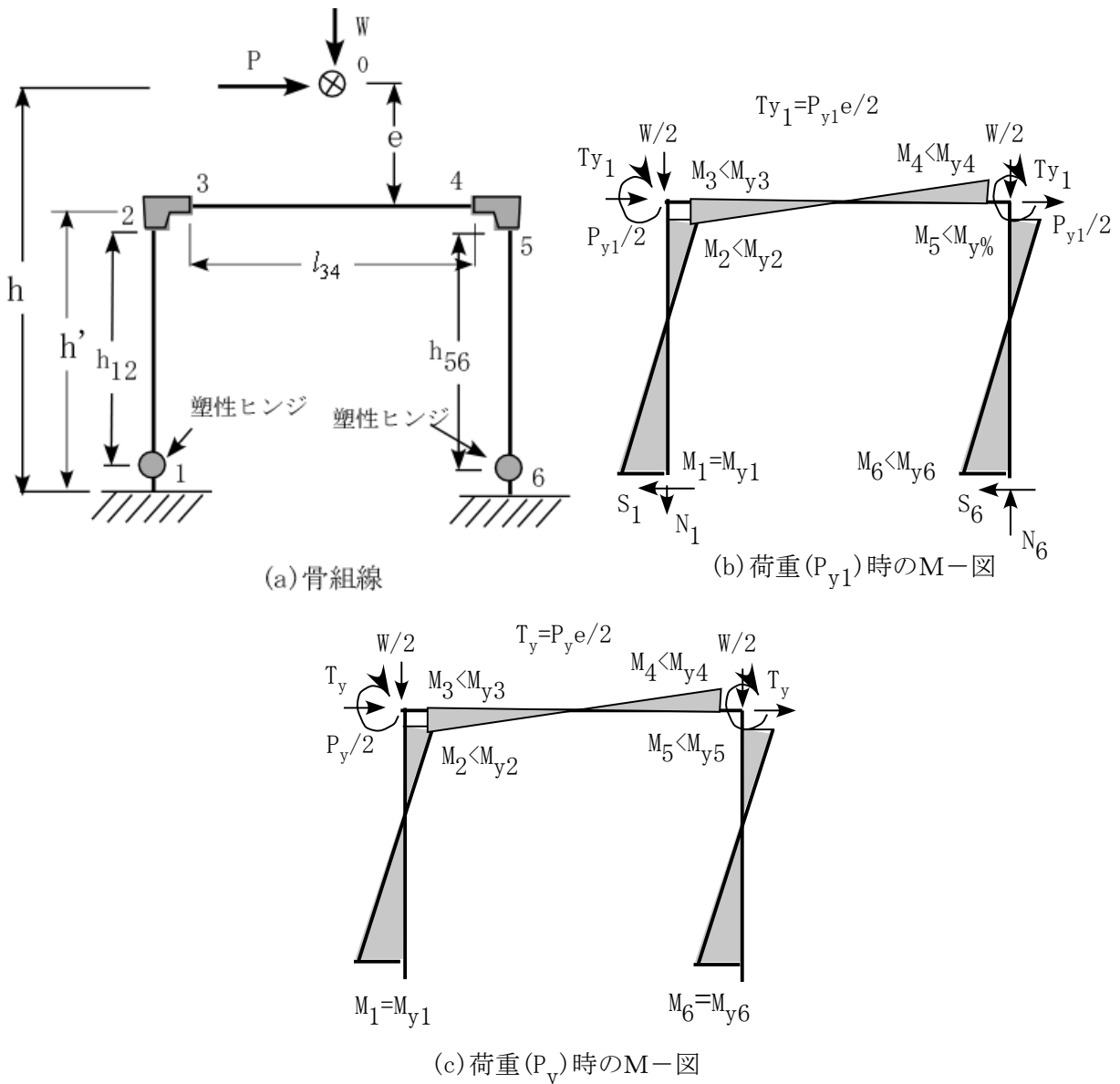


図 10.6 図 10.5 における荷重の大きさと曲げモーメント図

ばならない。左右の曲げ剛性が等しい通常の門型ラーメンでは、はり部の塑性変形を抑えるために剛性を大きくすれば、柱上端の曲げモーメントも大きくなるので、柱上端部の軸方向鉄筋の配筋にも留意する必要があると推測される。

一方、許容塑性率については、道示、耐震設計編(H24)では、単柱式 RC 橋脚の規定に準じているが、図 10.2 の門型ラーメンに適用すれば、左右の柱高さが同じであれば、終局水平変位 ($\delta_{las}, \delta_{ls3}$) も左右の柱で同じであるので、最初の塑性ヒンジでの回転角が限界値： $\theta_{p1} = L_p(\phi_{ls2} \text{ or } \phi_{ls3} - \phi_y)$ に到達したときの水平変位が限界値となり、単柱式 RC 橋脚に対する式(7.2)と同じ次式が適用できる。

$$\delta_{ls2} \text{ or } \delta_{ls3} = \delta_y + (\phi_{ls2} \text{ or } \phi_{ls3} - \phi_y)L_p(h' - L_p/2) \quad (10.1)$$

ただし、 h' は橋脚下端からはり部材の軸線までの距離、 δ_y は当該ラーメン部材を線形弾性体と仮定したときの終局水平荷重 (P_u) での水平変位であり、 P_u は複数の塑性ヒンジを考慮した弾塑性解析による終局水平荷重の算定値である。

塑性ヒンジでの回転角の限界値： $\theta_{pi} = (\phi_{ls2} \text{ or } \phi_{ls3})L_{pi}$, $i = 1, 2$, は図 3.8 の $M - \phi$ 曲線上での塑性ヒンジ区間長： $(\phi_{ls2} \text{ or } \phi_{ls3} - \phi_y)$ に支配され、前述の図 3.7 に示したように、塑性ヒンジ断面での軸力 N_i と軸方向鉄筋の引張限界ひずみ ($\varepsilon_{st2,3}$) およびコンクリートの圧縮限界ひずみ (ε_{cl1}) の影響を受ける。もし、レベル 2 の地震動で、最初に形成された塑性ヒンジ断面での軸力 (N_1) が引張で、軸方向鉄筋の引張限界ひずみ ($\varepsilon_{st2,3}$) が小さい場合には、塑性ヒンジの回転角 (θ_{p1}) が制限され、第 2 番目の塑性ヒンジが発生する前に、限界値に到達され、図 10.7 に示すように、エネルギー吸収能の非常に小さい RC ラーメン橋脚になる可能性にも留意しなければならない。

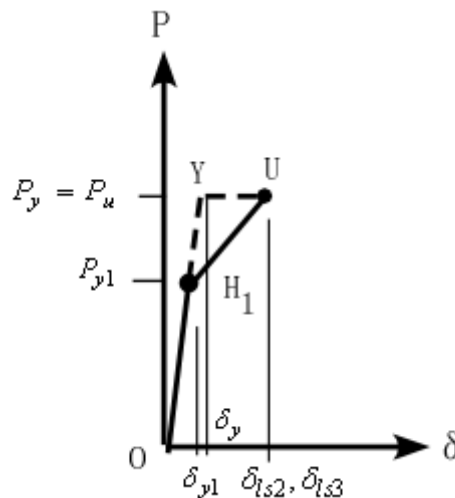


図 10.7 軸方向鉄筋の引張限界ひずみ ($\varepsilon_{st2,3}$) に大きく影響される場合の $P - \delta$ 関係

しかしながら、道路橋示方書、耐震設計編 (H24 版) での規定では、“複数個所の形成される塑性ヒンジが全て単柱式 RC 橋脚に準じた式(10.1)を適用する”とあるので、当面は、一層式の RC 等脚ラーメンのみが対象となり、図 10.7 のような場合は配慮されていないかもしれない。

一般に、柱断面の大きさが同じ単柱式 RC 橋脚に比べて、RC ラーメン橋脚では、 P_u は大きくなるが、水平変位の限界値 ($\delta_{ls2} \text{ or } \delta_{ls3}$) は δ_y の差だけ増加するに過ぎないので、それだけエネルギー吸収能が低下するので留意する必要がある。

最後に、図 10.5 における水平荷重の大きさ (P_{y1}, P_y) と曲げモーメント分布の関係について補足しておきたい。

前述の図 3.8 に示したように、曲げモーメント (M) と曲率 (ϕ) の関係をバイリニア曲線：O-Y-

Uのように仮定したときには、最初に塑性ヒンジ（たとえば、図 10.6 では左柱下端の節点 1）が発生するまでは、図 3.8 の O-Y 線上にあり、見かけの曲げ剛性（ EI ）は M_y / ϕ_y である。したがって、図 10.5 の区間 O- H_1 の解析には隅角部での剛域を考慮した骨組弾性解析が適用でき、区間 H_1 - H_2 の解析には、左柱下端に塑性ヒンジ（ H_1 ）を有する同様の骨組弾性解析が適用でき、塑性ヒンジ断面の曲げモーメント軸力（ N_1 ）を考慮した塑性モーメント（ M_{y1} ）になる。終局荷重 $P_y = P_u$ は、右柱下端に塑性ヒンジ（ H_2 ）の発生する荷重値（ P_y ）か、あるいは最初の塑性ヒンジ（ H_2 ）での回転角（ θ_{p1} ）が軸方向鉄筋の引張限界ひずみまたはコンクリート圧縮限界に到達する荷重値（ P_y' ）の小さい方の値に支配される。もし、 $P_y' < P_y$ であれば、図 10.5 の完全塑性域： H_2-U は現われず、 $P_u = P_y' < P_y$ となる。また、 $P_y' > P_y$ であれば、終局荷重値は $P_u = P_y$ となり、右柱下端に 2 番目の塑性ヒンジ（ H_2 ）が発生するが、終局限界変位（ $\delta_u = \delta_{ls2}$ or δ_{ls3} ）は、二つの塑性ヒンジ断面での軸方向鉄筋またはコンクリートの限界ひずみに最初に到達する時点で決まる。したがって、柱断面に作用する軸力が δ_u の大きく影響することに留意しなければならない。

また、設計地震動を入力した時刻歴弾塑性応答解析では、正負の交番曲げモーメントによって一旦発生した塑性ヒンジが消失し、再度逆方向に塑性ヒンジが発生することになるので、履歴特性に十分注意しなければならない。

前述の図 10.3 で示したように、塑性ヒンジ長： L_{pi} 、 $i=1,2$ は、RC 単柱に対する実験によって定められたものである。軸力変動の大きい RC ラーメン柱のどの程度の精度で適用できるかについては、まだまだ不明点が多いものと思われるので、複数の塑性ヒンジを容認する場合には、履歴特性が複雑になり、時刻歴応答解析での取り扱いにも留意する必要があると言える。

以上