

## 6章 静的照査法による耐震性能の照査方法に関連づけて

質問 6.1 地震時の挙動が複雑でない場合は、静的照査法が適用できるとありますが、地震力を静的設計荷重に置き換えるにはどのようにするのですか？

### 回答 6.1

回答 5.2 で述べたように、地震時の挙動が複雑でない場合とは、地震動の橋の主たる挙動が 1 自由度系の振動モデルで表すことができる場合があります。この場合は、回答 4.1 で説明した標準加速度応答スペクトル（耐震性能 1 では、 $S_0$ 、耐震性能 2,3 では、 $S_{I0}$ （タイプ I 地震）、 $S_{II0}$ （タイプ II 地震）を適用して、それらを重力加速度 ( $g$ ) で除したものに、地域別補正係数およびレベル 2 地震では塑性化によるエネルギー吸収、を考慮したものを設計水平震度（レベル 1 地震： $k_h$ 、レベル 2 地震： $k_{hc}$ ）としています。また、上部工および下部工のそれぞれの重量に設計水平震度を掛けたものを、静的設計水平荷重になり、設計水平震度 ( $k_h, k_{hc}$ ) は以下のように与えられています。

レベル 1 地震では、

$$k_h = c_z k_{h0}, \quad k_{h0} = S_0 / g \quad (6.1-1)$$

ここに、 $c_z$ ：地域別補正係数、

レベル 2 地震では、

$$k_{hc} = c_s \cdot c_{Iz} \cdot k_{kc0} \quad (\text{タイプ I 地震}), \quad k_{hc} = c_s \cdot c_{IIz} \cdot k_{kc0} \quad (\text{タイプ II 地震}) \quad (6.1-2)$$

ここに、 $k_{kc0} = S_{I0} / g$ （タイプ I 地震）、 $k_{kc0} = S_{II0} / g$ （タイプ II 地震動）は設計水平震度の標準値、 $c_s, c_{Iz}, c_{IIz}$ ：タイプ I, II の地震での地域別補正係数、 $c_s$ ：塑性化に伴うエネルギー吸収に基づく構造物補正係数、 $g$ ：重力加速度であります。

質問 6.2 静的照査での設計振動単位として、道示の表一解 6.2.1 が与えられていますが、その適用についての留意点を教えて欲しい。

表一解 6.2.1 設計振動単位

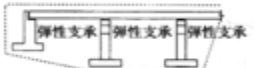
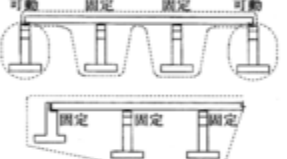
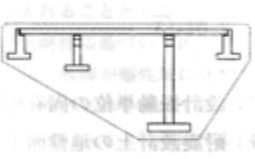
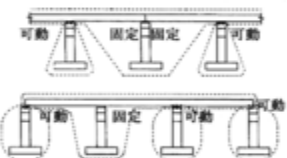


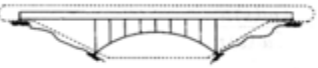
橋の形式	橋軸方向	橋軸直角方向	設計振動単位	
連続桁橋	地震時水平分散構造の場合  (橋軸直角方向に固定条件の場合には、以下に示す橋脚間の固有周期特性に応じて設計振動単位を定める)		耐震設計上複数の下部構造とそれが支持している上部構造部分からなるのみなす場合	
	多点固定の場合 	橋脚間の固有周期特性 大きく異なる		
	一点固定の場合 	橋脚間の固有周期特性 大きく異なる	 死荷重反力に相当する上部構造部分	耐震設計上 1 基の下部構造とそれが支持している上部構造部分からなるのみなす場合
アーチ橋 ラーメン橋等			耐震設計上複数の下部構造とそれが支持している上部構造部分からなるのみなす場合	

図 6.2-1 設計振動単位の例 (道示)

## 回答 6.2

設計振動単位とは、1自由度系の振動モデルとして取り扱える橋の構造単位を意味しています。図 6.2-1 には、設計振動単位の一部を再掲しています。たとえば、連続桁橋において、橋軸方向に複数の固定支承を有する下部工で上部工の水平慣性力を受け持つ場合には、慣性力に寄与する上部工の質量 ( $W_u/g$ ) と複数の下部工による復元力に寄与するバネ係数からなる 1 自由度系の振動モデルが適用されます。また、橋軸直角方向については、各橋脚または橋台が支持する上部工の重量 ( $W_u'$ ) による慣性力がそれぞれの橋脚または橋台に伝達するので、着目する単独の下部工による復元力を考慮した 1 自由度系の振動モデルが適用されます。しかしながら、橋脚高さが異なる複数の下部工で上部工の慣性力を支持する場合には、本来、多自由度系の振動問題になるので、一自由度系として設計振動単位の採り方には安全側に配慮できるよう留意する必要があります。

質問 6.3 設計振動単位が 1 基の下部工とそれを支持している上部工からなる場合の固有周期の求め方について教えて欲しい。また、道示 6.2.3 では、設計振動単位が、1 基の下部構造とそれを支持する上部構造からなる場合は、上部工の重量に下部工の重量の 80% を加えた重量を上部工の慣性力の作用位置に作用させたときの変位を  $\delta$  とし、固有周期 ( $T$ ) は以下の式、

$$T = 2.01\sqrt{\delta}, \quad \delta \text{ の単位は m,} \quad (6.3-1)$$

によるとなっていますが、その根拠を教えてください。

## 回答 6.3

1 自由度系の振動モデルとは基本的には、前述の回答 4.1 での図 4.1-2 に示すような質量 ( $M = W/g$ )、減衰係数  $c$ 、弾性バネ係数 ( $k$ ) からなります。自由振動の運動方程式は、水平変位を  $\delta$  とすれば、

$$M\ddot{\delta} + c\dot{\delta} + k\delta = 0 \quad (6.3-2)$$

ここに、ドットは時間 ( $t$ ) に関する微分を意味します。

減衰のない場合 ( $c = 0$ ) の運動方程式は、

$$M\ddot{\delta} + k\delta = 0 \quad (6.3-3)$$

で、一般解はつぎのように表せます。

$$\delta = A\sin pt + B\cos pt \quad (6.3-4)$$

ここに、 $A$ 、 $B$  は積分定数で初期条件 ( $t = 0$  での条件) より決定され、 $p$  : 円振動数と呼ばれています。 $t = 0$  で、 $\delta = 0$  の場合は、 $B = 0$  で、式 (6.3-3) より、 $(-p^2M + k)A\sin pt = 0$  となり、固有周期  $T$  は以下のように与えられます。

$$T = \frac{2\pi}{p} = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \quad (6.3-5)$$

$T$  は、振動モードに関係し、振幅  $A$  には依存しません。したがって、弾性バネ係数 ( $k$ ) は、荷重  $W$  を静的にかけたときの変位  $\delta_{st}$  とすれば、 $k = W/\delta_{st}$  となるので、次式のようにも表されます。

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\delta_{st}}{g}} = 2.01\sqrt{\delta_{st}} \quad (6.3-6)$$

ここに、 $g = 9.8m/s^2$  で、道示では、 $\delta = \delta_{st}$  とおいて、式 (6.3-1) の形で与えています。ここでの  $\delta$  は弾性バネ係数 ( $k$ ) の一つの表示法として用いられていることに留意してください。

弾性バネ係数 ( $k$ ) の採り方については、鉄筋コンクリート橋脚に対しては、弾性バネ係数:  $k = W/\delta_{st}$  は、耐震性能 1 の照査では、橋脚の剛性は全断面有効の弾性剛性 ( $K_e$ ) を、耐震性能 2 または 3 の照査では、降伏剛性 ( $K_y$ ) を適用しています (後述の回答 6.5 を参照してください)。

ところで、図 6.3-1(a) に示すような、上部工の重量 ( $W_u$ ) を支持する下部工からなる一つの設計振動単位が基礎地盤で水平地震動を受けたときの主たる挙動は、図 6.3-1(b) に示すような、一つの質量  $M$

( $M = W/g = (W_u + \alpha W_p)/g$ ), ここに  $g$ :重力加速度,  $\alpha$ :下部工重量 ( $W_p$ ) の上部工重量 ( $W_u$ ) への換算率, と復元力に寄与する弾性バネ係数  $k$  と減衰係数  $c$  からなる一自由度系の振動問題の解として与えられます。

具体的には, 図 6.3-1(a) に示すように, 基礎が地盤にバネ支持されているような場合を取り上げますと, 上部工と下部工に分散する重量を有する構造体の振動問題は, 上部工の慣性力 (質量に水平加速度を掛けたもの) と下部工の慣性力の作用位置が一致しないので, 厳密には, 多自由度系の問題になり, 多数の振動モードが現れる複雑な振動問題になりますが, 上部工の慣性力が下部工の慣性力に比べて大きく支配する場合には, 上部工の重心に質量が集中した問題と見なし, 1 自由度系の振動モードの問題

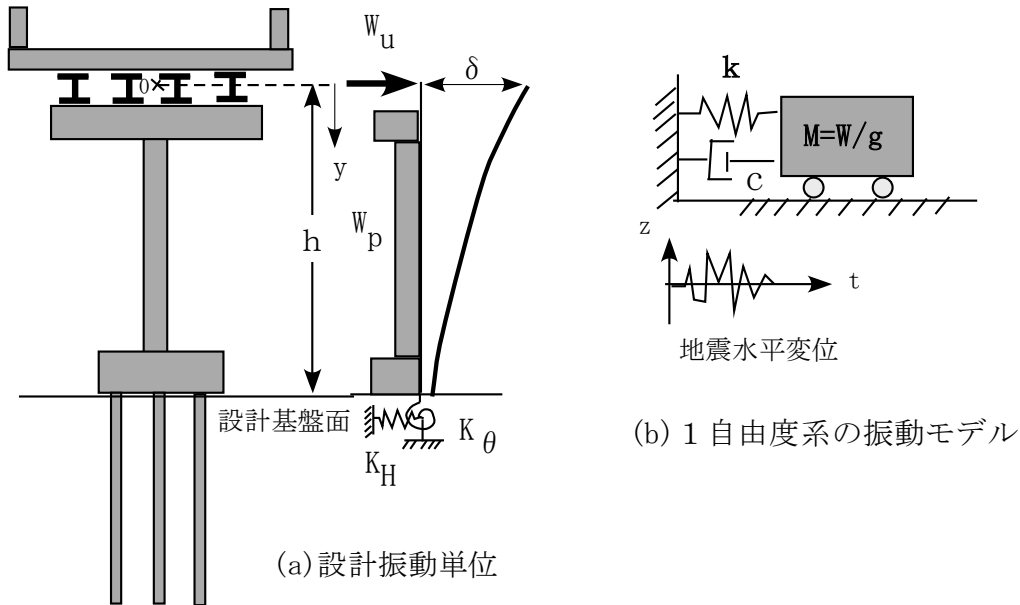


図 6.3-1 設計振動単位と 1 自由度系の振動モデル

として取り扱っても実用的には十分とされています。この場合は, 弾性バネ係数 ( $k$ ) は, 重量 ( $W = W_u + \alpha W_p$ ) を上部工の重心に水平方向に作用させたときの弾性変位を  $\delta_{st}$  とすれば,  $k = W/\delta_{st}$  であり, 固有周期 ( $T$ ) は式 (6.3-5) の形で表せます。

なお, 換算率 ( $\alpha$ ) の算定には, Rayleigh による近似法を適用するのが一般的と思います。この方法を簡単に説明すると, 非減衰の自由振動での運動エネルギーの最大値 ( $\max T_m$ ) とひずみエネルギーの最大値 ( $\max U$ ) は等しくなりますので, 図 6.3-1(a) での自由振動モードでの水平変位を

$$\delta(y, t) = u(y) \sin pt \quad (6.3-7)$$

ただし,  $p$  は円振動数,  $y$  は上部工の重心から下方への距離, と表せば, 速度は

$$\dot{\delta}(y, t) = \frac{\partial \delta(y, t)}{\partial t} = pu(y) \cos pt \quad (6.3-8)$$

となり, 運動エネルギーの最大値は

$$\max T_m = \frac{p^2}{2g} \left[ W_u u(0)^2 + \int_0^h w_p(y) u(y)^2 dy \right] \quad (6.3-9)$$

ここに,  $w_p(y)$  は橋脚の単位高さ当たりの分布重量, となります。一方, 上部工の重量 ( $W_u$ ) と下部工の重量 ( $W_p$ ) を上部工に換算した重量 ( $\alpha W_p$ ) との和:  $W = W_u + \alpha W_p$  を上部工の重心に作用させたときの運動エネルギーの最大値は

$$\max T_m' = \frac{W_u + \alpha W_p}{2g} p^2 u(0)^2 \quad (6.3-10)$$

運動エネルギーの等価性： $\max T_m = \max T_m'$  より、 $\alpha$  は以下のように与えられます。

$$\alpha = \frac{1}{W_p} \int_0^h \frac{w_p(y) \cdot u(y)^2}{u(0)^2} dy \quad (6.3-11)$$

したがって、 $u(y)$  を振動モードに類似した適当な関数で仮定すれば、式(6.3-11)より $\alpha$ の近似値が求められます。たとえば、上部工の重心に水平集中荷重を与えたときの静的変位を $u(y)$ とし、橋脚柱は等断面 ( $EI = \text{const.}$ ) で  $w(y) = \text{const.}$  と仮定すれば、 $u(y)$  は片持ばりのたわみ式である  $y$  の 3 次曲線で近似でき、式(6.3-11)より、 $\alpha = 0.24$  になります。また、基礎部の回転角が支配し、 $u(y)$  は  $y$  の 1 次曲線で近似できる場合には、 $\alpha = 0.33$  になります。道示 6.2.3 では、 $\alpha = 0.8$  としており、大きな値になっており、その根拠は明らかではありませんが、橋脚の上端の張り出し部の重量や基礎の水平変位の影響が大きく現われているのかもしれない。

なお、固有周期 ( $T$ ) は、図 6.3-1(a) のような設計振動単位において、上部工の重心に水平集中荷重 ( $W = W_u + \alpha W_p$ ) を静的にかけたときの水平変位 ( $\delta_{st}$ ) を求めれば、式(6.3-6)より算定できます。

質問 6.4 設計振動単位が、複数の下部工とそれが支持している上部工からなる場合の固有周期 ( $T$ ) は、次式によるとありますが、この式の根拠を教えてください。

$$T = 2.01\sqrt{\delta} \quad (6.4-1)$$

$$\delta = \frac{\int w(s)u(s)^2 ds}{\int w(s)u(s) ds} \quad (6.4-2)$$

ここに、 $w(s)$  : 骨組部材の単位長さ当たりの重量、 $u(s)$  :  $w(s)$  を水平方向に静的に作用させたときの変位、 $s$  は部材の骨組線に沿った座標で、積分は全部材にわたって実行する。

#### 回答 6.4

前問の回答で説明したと同様な Rayleigh による近似法が適用されています。すなわち、非減衰の自由振動での運動エネルギーの最大値 ( $\max T_m$ ) とひずみエネルギーの最大値 ( $\max U$ ) は等しくなります。したがって、1 自由度系の自由振動モードを静的水平変位形： $u(s)$ 、ここに  $s$  は部材の軸線に沿った座標、に近似すれば、振動中の質点の変位と速度は以下のように表されます。

$$u(s,t) = u(s) \sin pt \quad (6.4-3)$$

$$\dot{u}(s,t) = \frac{\partial u(s,t)}{\partial t} = pu(s) \cos pt \quad (6.4-4)$$

ここに、 $p = 2\pi/T$  であります。したがって、

$$\max T_m = \frac{p^2}{2g} \int w(s)u(s)^2 ds \quad (6.4-5)$$

$$\max U = \frac{1}{2} \int EI(s) \cdot \phi(s)^2 ds, \quad \phi(s) = -\partial u^2(s) / \partial s^2 \quad (6.4-6)$$

ここに、 $\phi(s)$  は曲率で、式(6.4-6)では、 $\max U$  は曲げひずみエネルギーのみを考慮しています。一般的に表せば、 $w(s)$  の静的水平載荷による変位  $u(s)$  では、外部仕事と内部仕事が等しいことより、線形弾性骨組構造の場合は、

$$\max U = \frac{1}{2} \int w(s)u(s) ds \quad (6.4-7)$$

と表せます。したがって、 $\max T_m = \max U$  より、

$$p^2 = g \frac{\int w(s)u(s)ds}{\int w(s)u(s)^2 ds} \quad (6.4-8)$$

となり、固有周期は次式のように与えられます。

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{\int w(s)u(s)^2 ds}{\int w(s)u(s)ds}} = 2.01 \sqrt{\frac{\int w(s)u(s)^2 ds}{\int w(s)u(s)ds}} \quad (6.4-9)$$

なお、道示では、式(6.4-1)および(6.4-2)のように表示していますが、ここでの $\delta$ は単なる係数であり、式(6.3-5)の $\delta_{st}$ とは意味が異なるので、混同のないよう留意する必要があります。

**質問 6.5** 標準加速度応答スペクトルを利用する際の固有周期の採り方において、レベル1の地震に対する耐震性能1では、橋脚部材の初期弾性剛性（コンクリート橋脚では全断面有効断面の弾性剛性）を採り、レベル2地震に対する耐震性能2または3では、降伏剛性( $K_y$ )を採るように道示6.2.3の解説では規定されていますが、降伏剛性( $K_y$ )とは何ですか？初期弾性剛性との関係を教えてください。

### 回答 6.5

上部工の水平地震慣性力( $P$ )により、橋脚に水平変位( $\delta$ )が発生したとき、 $K = P/\delta$ を水平たわみ剛性（以下、剛性と呼ぶ）と言います。一般的には、 $P$ の大きさが小さいときは、橋脚を構成する部材は弾性域に留まり、 $P$ と $\delta$ は比例関係にあり勾配( $K_e$ )は一定で弾性剛性と呼ばれています。

たとえば、図6.5-1(a)に示すような単柱式鉄筋コンクリート橋脚では、耐震性能1の照査では、コンクリートのひび割れ前の全断面有効での曲げ剛性を有する橋脚として $\delta$ を求め、 $K_e = P/\delta$ を用いて固有周期( $T$ )を求めています。耐震性能2または3の照査では、コンクリートのひび割れ発生後に橋脚下端断面の最外縁の引張鉄筋が初降伏するときの荷重( $P_{y0}$ )と変位( $\delta_{y0}$ )を求め、割線剛性： $K_y = P_{y0}/\delta_{y0}$ を用いて固有周期( $T$ )を求めるように規定されており、 $K_y$ を降伏剛性と呼んでいます。

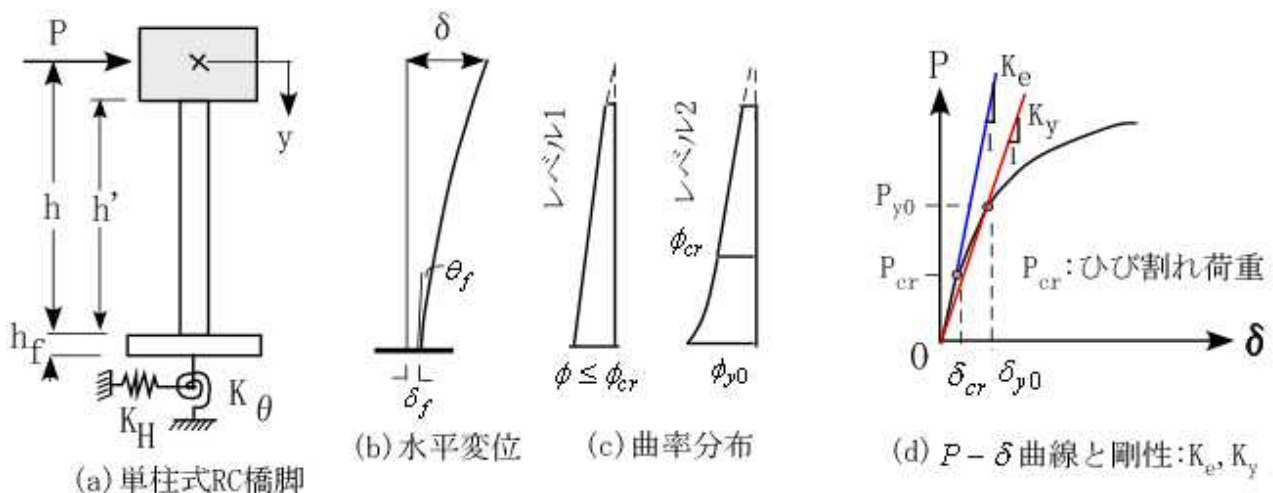


図 6.5-1 単柱式鉄筋コンクリート橋脚での弾性剛性 ( $K_e$ ) と降伏剛性 ( $K_y$ )

すなわち、鉄筋コンクリート橋脚での降伏剛性は、橋脚断面内の軸方向鉄筋の初降伏するときの割線弾性剛性（図6.5-1(d)参照）を意味しています。なお、鋼製橋脚の降伏剛性は、鋼材の初期降伏時の剛性で、初期弾性剛性と同じになります。

単柱式鉄筋コンクリート橋脚の弾性剛性 ( $K_e$ ) の具体的な計算法としては、図6.5-1(a)において、橋脚柱部の曲げモーメント( $M$ )および曲率 ( $\phi$ ) は、上部工の重心から下方の距離を  $y$  とすれば、次

式で表せます。

$$M = Py, \quad \phi = M / (EI) = Py / (EI) \quad (6.5-1)$$

ここに、 $EI$  は全断面有効の弾性曲げ剛性であり、 $\phi \leq \phi_{cr}$ 、 $\phi_{cr}$  : コンクリートのひび割れ発生時の曲率、上部工の重心での水平変位( $\delta$ )は、補仮想仕事の定理に基づく単位荷重法により、

$$\delta = \int_{h-h'}^h \phi \cdot y dy = P \int_{h-h'}^h \frac{y^2}{EI} dy \quad (6.5-2)$$

さらに、基礎の水平変位( $\delta_f$ )と回転変位( $\theta_f$ )を考慮すれば、

$$\delta = P \int_{h-h'}^h \frac{y^2}{EI} dy + \delta_f + \theta_f (h + h_f) \quad (6.5-3)$$

ここに、 $h_f$  : フーチングの厚さ、となり、弾性剛性( $K_e$ )は以下のように求められます。

$$K_e = \frac{P}{\delta} = \frac{1}{\int_{h-h'}^h \frac{y^2}{EI} dy + \frac{\delta_f}{P} + \frac{\theta_f (h + h_f)}{P}} \quad (6.5-4)$$

一方、降伏剛性( $K_y$ )は、まず、図 6.5-4(c)での引張鉄筋の初降伏時の曲率分布： $\phi_{y0}(y)$ を求め、式(6.5-4)と同様に、次式により求めます。

$$\delta_{y0} = \int_{h-h'}^h \phi_{y0}(y) \cdot y dy + \delta_f + \theta_f (h + h_f) \quad (6.5-5)$$

ついで、橋脚下端断面の最外縁の引張鉄筋の初降伏時の曲げモーメント( $M_{y0}$ )を別途求めておけば、つりあい条件により、 $P_{y0} = M_{y0} / h$ となり、式(6.5-5)より、降伏剛性は、 $K_y = P_{y0} / \delta_{y0}$ 、として算定できます。

最後に、1自由度系振動での固有周期( $T$ )は以下のようになります。

耐震性能1の照査では、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_e}} \quad (6-5.6)$$

耐震性能2または3の照査では、

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{gK_y}} \quad (6-5-7)$$

ここに、 $W$  : 上部工の重量 (下部工の換算重量を含む)、 $g$  : 重力加速度であります。

以上