

## 7章 動的照査法による耐震性能の照査方法に関連づけて

### 質問 7.1 動的解析とはどのようなものですか？

#### 回答 7.1

動的解析とは、簡単に言うと地盤面での地震動による構造部材の振動応答変位および断面力を運動方程式の解として求めることであります。具体的には、1自由度系の振動問題では、以下の運動方程式

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + F = -M\ddot{z} \quad (7.1-1)$$

ここに、 $M (= W/g)$  は質量、 $c$  : 減衰係数、 $F$  : 復元力、 $\ddot{z}$  : 入力地震加速度、 $u$  : 変位で、ドットは時間微分で、を解くことによって部材の最大応答断面力および変位を求めます。

静的照査の項では、 $F = ku$ 、 $k$  : 弾性バネ係数としたときの線形微分方程式の解による加速度応答スペクトルに基づいて静的設計荷重を定めていましたが、弾性範囲を越えて塑性域に入った弾塑性域では、 $F$  は  $u$  の非線形な関数： $F = f(u)$ 、で与えられるので、線形解である加速度応答スペクトルは適用できなく、非線形な運動方程式

$$M\ddot{u} + c\dot{u} + f(u) = -M\ddot{z} \quad (7.1-2)$$

を解かねばなりません。したがって、1自由度の振動問題でもレベル2の地震動に対しては式(7.1-2)の運動方程式を解かねばなりません。解析が煩雑でありますので、地震時の挙動が複雑でない場合には、線形問題の解である加速度応答スペクトルに基づいた静的照査法が適用されてきたわけです。

しかしながら、地震時の挙動が複雑である場合には、1自由度系または多自由度系の非線形運動方程式を解かねばなりません。

2自由度以上の多自由度系の運動方程式は以下のようにマトリックス表示で表せます。

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + F = -M \cdot I \cdot \ddot{z} \quad (7.1-3)$$

ここに、 $M$  : 質量マトリックス、 $C$  : 減衰マトリックス、 $F$  : 復元力ベクトル、 $\ddot{z}$  : 入力地震加速度ベクトル、 $I$  : 地震力の作用方向を示すベクトルであります。

レベル1地震動に対しては弾性設計法が適用されているので、 $F = ku$  または  $F = Ku$ 、 $k$  : 弾性バネ係数、 $K$  : 弾性剛性行列、となり、式(7.1-1)および(7.1-3)は線形微分方程式になり、その解は解析的に求めることができ、**応答スペクトル法**と呼ばれる解析法が適用できます。しかしながら、レベル2の地震動に対しては、許容保有耐力と許容残留変位に基づく弾塑性設計法が適用されているので、非線形運動方程式の解は解析的には求めることができず、数値解法（一般に、**非線形時刻歴解析法**と呼ばれる）に頼らねばなりません。**応答スペクトル法**および**非線形時刻歴解析法**の概要は**補足 A-3**を参照してください。

**質問 7.2** 道示の7.1 一般では、動的解析では、解析目的及び設計地震動に応じて、適切な解析モデルを設定しなければならないとありますが、適切なモデルの設定の留意点を教えてください。

#### 回答 7.2

この質問に対して的確にお答えするのはなかなか難しいと思います。どのような橋でも立体構造であり、厳密には3次元解析が必要であるかもしれませんが、自由度が多くなり、最新のコンピュータを用いても容易な解析でなく、得られた結果の精度を検証するのも困難ですので、静的解析結果との比較・検証が容易なように、耐震設計上の重要な問題となる現象に着目したできるだけ自由度の少ない振動モデルを選び、設計地震動による動的解析を行うことが肝要であります。**道示**では、直線橋に対しては、橋軸方向および橋軸直角方向に分けて、平面骨組構造モデルでの動的応答解析で十分とされていますが、斜橋や曲線橋に解析は3次元構造モデルによる動的応答解析が必要としています。さらに、動的解析結果より、耐震性能2または3の照査では、静的照査に準じた照査法が適用されているので、静的解析を事前に行った上で、適切な動的照査モデルを構築し、得られた結果の検証を行うことも大切であると思います。特に、レベル2地震動に対する動的非線形解析では、橋を構成する主要部材の正負交番繰返載荷による変形の履歴曲線が実験や理論等によりまだ十分に判明されていない場合もあり、複数のモデルで得られた解析結果を総合して耐震性能評価を行うことも大切かと思われま

質問 7.3 道示では、橋の動的解析モデルの一例（橋軸方向）として、図 7.3-1 が示されています。このモデルの設定についての留意点、ならびに、橋軸方向と橋軸直角方向の同じ解析モデルでよいのでしょうか？

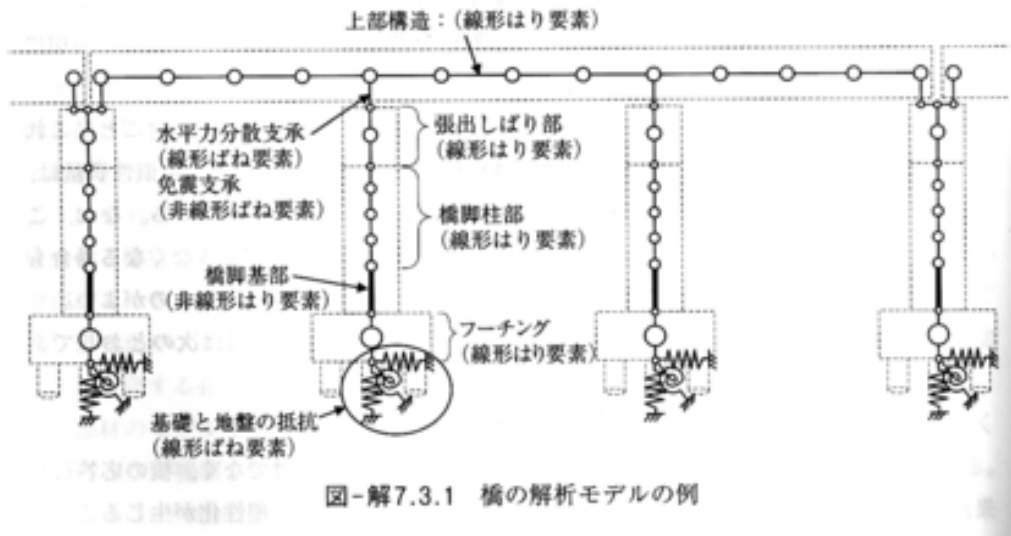


図 7.3-1 動的解析モデルの例（橋軸方向）

回答 7.3

図 7.3-1 は 3 径間連続ばりの上部工と下部工から設計振動単位でのモデル化であろうと思います。地震時に上部工に作用する水平慣性力は、水平分散支承または免震支承を通して下部工に伝達し、下部工と基礎は水平バネ、鉛直バネおよび回転バネで結合されています。図中の丸印は節点を表し、節点間のはり要素で連結されており、上部工の骨組線は桁の図心をとおり、下部工では、橋脚の頂版、柱およびフーチングを考慮した骨組線を用いています。節点数および要素数は、考慮すべき振動モード次数に応じて選び、比較的低次の次数のみが重要な場合は、広い節点間隔を、高次の次数まで必要な場合は、密な節点間隔に選ぶ必要があります。

レベル 1 地震に対する耐震性能 1 の照査では、免震支承の要素を除く全て要素は線形弾性要素で十分と思われるが、免震支承は繰り返し荷重作用時のエネルギー吸収による減衰作用を与えるために非線形要素を用いなければなりません。レベル 2 の地震に対する耐震性能 2 または 3 の照査では、橋脚の下端部の部材を主たる塑性化させ、エネルギー吸収効果を期待する場合は、大きな塑性曲率を有する弾塑性

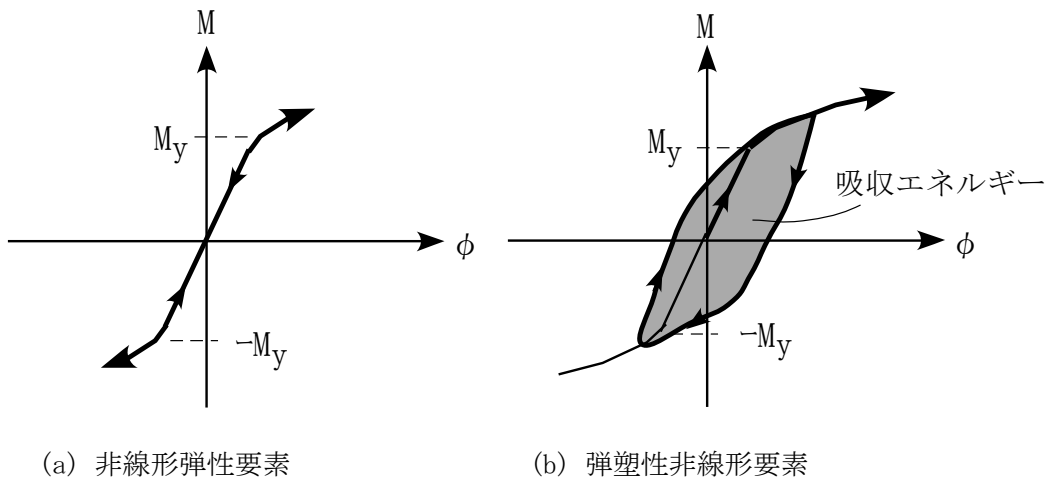


図 7.3-3 非線形要素での曲げモーメント(M)と曲率(phi)の履歴曲線の例

非線形要素（図 7.3-3(b)参照）を適用します。また、図 7.3-1 にはありませんが、副次的塑性化の部材には、弾性域を越えても塑性曲率は小さい範囲に止め、エネルギー吸収を期待しないので、非線形弾性要素（曲げモーメントと曲率の関係が非線形になっても、負荷径路と除荷径路が同じで塑性ひずみが発生しない要素（図 7.3-3(a)を参照）を適用します。

つぎに、直橋における橋軸方向と橋軸直角方向のモデル化の相違点については、通常、多主桁からなる上部工を支える支承は橋軸直角方向には複数あるので、上部工の重心（桁断面の図心とは必ずしも一致しない）からの偏心距離の影響も考慮する必要があり、偏心距離に相当する剛な部材を通して上部工の骨組線は下部工の骨組線に伝達させなければなりません。

橋軸方向の地震動では、上部工の重心から支承位置までの偏心距離によるモーメント（偏心モーメント； $M_e$ ）は隣接する橋脚には軸力として伝達されるので、水平慣性力を伝達する支承と橋脚に着目した構造のモデル化が必要になりますが、橋軸直角方向の地震動では、上部工の回転慣性によるモーメント（ $M_{u\theta} = I_u \ddot{\theta}_u$ 、ここに  $I_u$ ：上部工の重心に関する慣性モーメント、 $\ddot{\theta}_u$ ：上部工の重心での角加速度）の影響も考慮しなければならない場合がありますので、モデル化には留意する必要があります（後述の質問 10.5 を参照してください）。

さらに、図 7.3-3(b)に示すような、エネルギー吸収を期待する弾塑性非線形要素の採り方については、道示、解説では、鉄筋コンクリート橋脚に対しては塑性ヒンジを考慮して以下の式を与えています。

$$M_y = P_y \left( h - \frac{L_p}{2} \right), \quad \phi_y = \left( \frac{\delta_{py}}{h - L_p / 2} \right) / L_p \quad (7.3-1)$$

ここに、 $M_y$ ：非線形ばり要素中央の降伏曲げモーメント、 $P_y$ ：降伏水平耐力、 $h$ ：橋脚基部から上部工の重心までの距離、 $L_p$ ：塑性ヒンジ長、 $\phi_y$ ：非線形ばり要素中央の降伏曲率、 $\delta_{py}$ ：降伏変位のうち塑性ヒンジ領域の弾性変形によって生じる水平変位、となっています。ところで、 $P_y$ 、 $\delta_{py}$ は前もって行う静的解析によって定めるものでありますが、動的解析によって得られる軸力の影響も考慮するようになっているので、静的解析と動的解析を繰り返す必要があると言えます。なお、 $M_y$ や $\phi_y$ の求め方については後述します。

質問 7.4 道示（H24 年版）では、動的解析に用いる減衰定数の設定については、(1)モード減衰定数、(2)Rayleigh 型の減衰定数を適用するのが標準的とされていますが、これらの減衰定数はどのように求められたものなのか教えて欲しい。

#### 回答 7.4

前述の式(7.1-3)で示した、多自由度系の運動方程式の中の減衰マトリクス  $\mathbf{C}$  のサイズは、自由度を  $n$  とすれば、 $n \times n$  であり、すべての要素を決定するのは容易ではありません。そこで、耐震性能 1 の照査での弾性解析では、影響力の大きい振動モード ( $i$ ) のみに着目した、(1)モード減衰定数 ( $h_i$ )、または、影響力の大きい二つ振動モードのみに着目した(2)Rayleigh 型減衰定数 ( $h_{m,n}$ )を用いることを推奨しています。これらの減衰定数の設定に際しては、まず、非減衰の自由振動の運動方程式、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (7.4-1)$$

ここに、 $\mathbf{M}$ は質量マトリクス（サイズ： $n \times n$ ）、 $\mathbf{K}$ は弾性剛性行列（サイズ： $n \times n$ ）、 $\mathbf{u}$ は変位ベクトル（サイズ： $n$ ）であり、を解き、円振動数（ $p_i$ 、 $i=1,2,3,\dots,n$ ）および規準振動モード（ $\Phi_i$ 、 $i=1,2,3,\dots,n$ ）を求めなければなりません。式(7.4-1)は固有値問題であり、その解析はモーダルアナリシスとしてよく知られており、その解法は多くの専門書に記載されており、その概要については、補足 A-2 に示しておきますので参照してください。

ところで、道示でのモード減衰定数 ( $h_i$ 、 $i=1,2,3,\dots,n$ )は、以下のように与えられています。

$$h_i = \frac{\sum_{j=1}^m h_j \Phi_{ij}^T \mathbf{K}_j \Phi_{ij}}{\Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7.4-2)$$

ここに、 $\Phi_i$  は  $i$  次の規準振動モード、 $\Phi_{ij}$  は  $i$  次の要素  $j$  についての規準振動モード、 $\mathbf{K}$  は剛性行列、 $\mathbf{K}_j$  は要素  $j$  の剛性行列であり、要素ごとに減衰定数 ( $h_j$ ) が道示の表一解 7.3.1 で与えられています。

式(7.4-2)のような、高次の多くの規準振動モードを考慮した減衰定数は、実験的に検証が困難であるので、道示 (H24 年版) では、二つの次数の規準振動モードを用いた Rayleigh 減衰と呼ばれる以下の方法の適用も認めています。

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 2 \frac{\omega_m \omega_n}{\omega_n^2 - \omega_m^2} \begin{bmatrix} \omega_n & -\omega_m \\ -1/\omega_n & 1/\omega_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h_m \\ h_n \end{bmatrix} \quad (7.4-3)$$

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (7.4-4)$$

ここに、 $[C]$  : 減衰行列 (マトリクス)、 $[M]$  : 質量行列 (マトリクス)、 $[K]$  : 剛性行列 (マトリクス)、 $\alpha$ 、 $\beta$  : Rayleigh 減衰係数、 $\omega_m, \omega_n$  : それぞれ  $m$  次および  $n$  次の固有円振動数、 $h_m, h_n$  : それぞれ  $m$  次および  $n$  次の減衰定数であり、道示の表一解 7.3.1 の値が適用できるとされています。なお、二つの規準振動モードについては、地震動による影響が大きい順に選ぶのが一般的とされています。これらの詳細については、補足 A-2 を参照してください。

**質問 7.5** 動的解析による耐震性能 2 または 3 の照査では、鉄筋コンクリート橋脚に対しては、最大応答塑性率が許容塑性率以下になり、かつ最大応答変位 ( $\delta$ ) を用いた残留変位 ( $\delta_R$ ) が前述の回答 6.6 での式(6.7-3)に基づき、 $\delta_R$  が橋脚下端から上部工の重心までの高さの 1/100 以下になるように規定されていますが、動的解析による許容塑性率は、静的照査での許容塑性率と同じなのですか？また、動的解析により残留変位を直接に求めることができないのでしょうか？

#### 回答 7.5

なかなか難しい質問で、的確にお答えする能力を当方は持ち合わせていませんが、道示 (H24 年版) の 7.4 耐震性能の照査の条文と解説を読む限りでは、以下のような解釈ができると思いますが、.....

まず、塑性率 ( $\mu$ ) の定義は、鉄筋コンクリート橋脚の上部工の重心での水平荷重 ( $P$ ) と水平変位 ( $\delta$ ) の関係を完全弾塑性型にモデル化したときの、最大応答変位 ( $\delta_{\max}$ ) の降伏変位 ( $\delta_y$ ) の比、すなわち  $\mu = \delta_{\max} / \delta_y$  と定義されているので、動的解析においても同じようなモデル化が前提になっているように思われますが、地震時の挙動が複雑な場合、動的解析モデルにおいて、このような完全弾塑性型の  $P-\delta$  曲線が可能なのかどうか疑問が起きます。

つぎに、動的解析による残留変位は、用いた弾塑性履歴モデルに大きく影響され、部材断面の曲げモーメント ( $M$ ) - 曲率 ( $\phi$ ) 関係での履歴モデルと  $P-\delta$  曲線での履歴モデルとの関連性もあり、信頼できる解析モデルの構築が難しいのではないかと推測されます。道示 6.4.6 の解説では、回答 6.6 で説明した式(6.7-3)の残留変位式は、剛性低下型の履歴モデル (武田モデル) での残留変位応答スペクトルにより設定されたものであるとなっていますので、後述の回答 10.5 での  $P-\delta$  曲線のような 1 自由度系の剛性低下型の履歴モデルにより求められたものであろうと推測されます。

いずれにしても、地震時に複雑な挙動をする多自由度系の振動モデルの動的解析において、塑性率 ( $\mu$ ) の採り方は多様であり、許容塑性率 ( $\mu_a$ ) や残留変位 ( $\delta_R$ ) の正確な評価も難しい問題であると言わざるを得ません。

以上